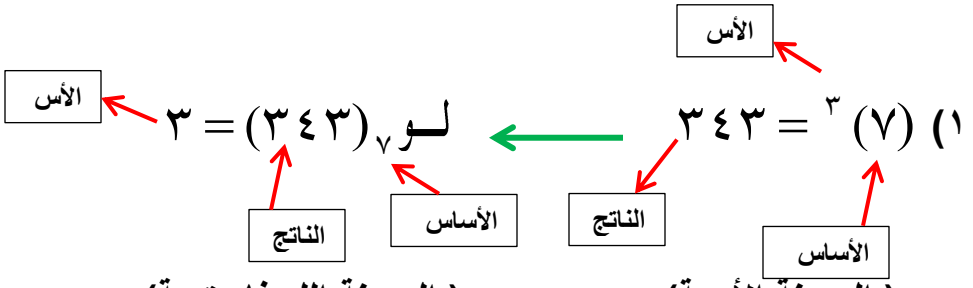
الاقترانات اللوغاريتمية:

** مراجعة اللوغاريتمات وعلاقتها بالأسس:

مثال(١): أكتب الصيغة اللوغاريتمية المقابلة للصورة الأسية الآتية:



٢) $(٣)^{-٥} = \frac{١}{٢٤٣}$ ⟵ $لـو_{٣}(\frac{١}{٢٤٣}) = -٥$

٣) $ب^{و} = ع$ ⟵ $لـو_{ب}(ع) = و$

٤) $س^{٠} = ١$ ⟵ $لـو_{س}(١) = ٠$

٥) $س^{١} = س$ ⟵ $لـو_{س}(س) = ١$

ملاحظة :(في المثال السابق رقم (٤) + رقم (٥) يمكن تعميمها لتصبح قاعدة)

سؤال : حول الى الصيغة الأسية:

١) $لـو_{٣}(٢٧) = ٣$

٢) $لـو_{٩}(٣) = \frac{١}{٢}$

٣) $لـو_{٣}(\frac{١}{٨١}) = -٤$

تعميم: ($لـو_{أ}(س^{ك}) = ك لـو_{أ}(س)$)

مثال (٢): جد ناتج ما يلي:

١) $لـــو_{٣}(٨١)$

الحل: $لـــو_{٣}(٨١) = لـــو_{٣}(٣^{٤}) = ٤لـــو_{٣}(٣) = ٤ \times ١ = ٤$

٢)$لـــو_{٢}(٠٫٥)$

الحل: $لـــو_{٢}(٠٫٥) = لـــو_{٢}(\frac{١}{٢}) = لـــو_{٢}(٢)^{-١} = -١لـــو_{٢}(٢) = -١ \times ١ = -١$

٣) $لـــو_{٣}(٧٢٩)$

٤) $لـــو_{٤}(٢٥٦)$

طريقة أخرى لايجاد قيمة لوغاريتم:

١) $لـــو_{٣}(٨١)$ ، نفرض أنها = س ⟵ $لـــو_{٣}(٨١) = س$ ، نحولها

للصيغة الأسية فتصبح ⟵ $٣^{س} = ٨١$ ⟵ $٣^{س} = ٣^{٤}$ ⟵ س= ٤

الاقتران اللوغاريتمي:

تعريف: الاقتران على الصورة ق(س) = $لـــو_{أ}(س)$ ، حيث $أ > ٠ ، أ \neq ١ ، س > ٠$

يسمى اقترانا لوغاريتمياً .

مجاله : ح+ ، الا اذا تم تحديده بمجموعة جزئية من ح+

تمثيل الاقتران اللوغاريتمي :

مثال(٣): ارسم منحنى الاقتران ق(س) = $لـــو_{٣}(س)$، –

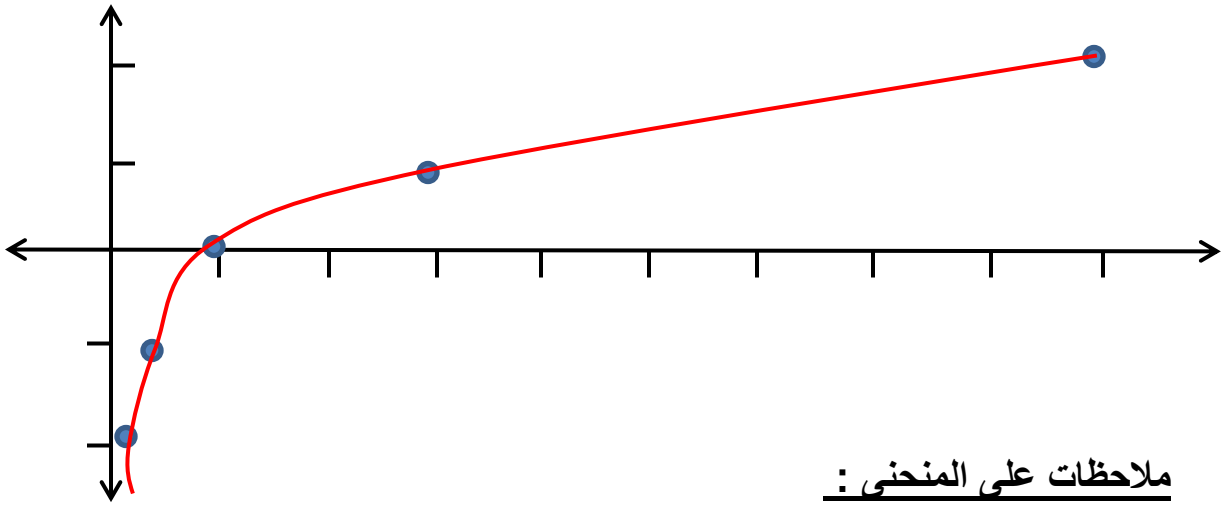
الحل : عند اختيار قيم س نختارها بشكل يسهل علينا ايجاد قيمة اللوغاريتم عندها

س	١	٣	٩	$\frac{١}{٣}$	$\frac{١}{٩}$
ق(س)	٠	١	٢	١-	٢-

ق(١) = $لـو_{٣}(١) = ٠$ ، ق($\frac{١}{٣}$) = $لـو_{٣}(\frac{١}{٣}) = لـو_{٣}(٣^{-١}) = -١ \times ١ = -١$

ق(٣) = $لـو_{٣}(٣) = ١$ ، ق($\frac{١}{٩}$) = $لـو_{٣}(\frac{١}{٩}) = لـو_{٣}(\frac{١}{٣^{٢}}) = لـو_{٣}(٣^{-٢}) = -٢ \times ١ = -٢$

ق(٩) = $لـو_{٣}(٩) = لـو_{٣}(٣^{٢}) = ٢ لـو_{٣}(٣) = ٢ \times ١ = ٢$



ملاحظات على المنحنى :

المجال : ح+

المدى : ح

نقطة تقاطعه مع محور السينات : (١ ، ٠)

نقطة تقاطعه مع محور الصادات : لا يقطع محور الصادات

الاقتران : متزايد (لانه كلما زادت قيم س ، تزداد قيم ص)

ملاحظات عامة على خصائص منحنى الاقتران اللوغاريتمى:

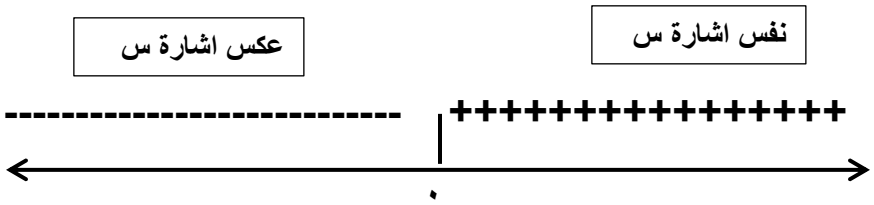
١) لايجاد مجال الاقتران اللوغاريتمي (اذا لم يكن محددا):

نحل المتباينة (ما داخل اللوغاريتم > ٠)

مثلاً في السؤال السابق :

س > ٠

س = ٠



المجال هنا (٠ ، ∞)

٢) المدى ؛ ح ، الا اذا حدد المجال في السؤال

٣) المقطع السيني للاقتران اللوغاريتمي : نجعل ق(س) = ٠

مثلا السؤال السابق : لـو٣(س) = ٠ ⟵ ٣ ^ ٠ = س = ١

المقطع السيني = ١ ⟵ نقطة تقاطع المحنى مع محور السينات (١ ، ٠)

٤) لايجاد المقطع الصادي للاقتران اللوغاريتمي : نجعل س = ٠

ق(٠) = لـو٣(٠) ، هذا يتعارض مع تعريف الاقتران اللوغاريتمي ، لا يجوز ان يكون ما داخل اللوغاريتم = صفر

⟵ لا يوجد مقطع صادي.

٥) يكون الاقتران متزايدا ، اذا ازدادت قيم(ص) لازدياد قيم (س)

٦) يكون الاقتران متناقصا، اذا قلت قيم(ص) لازدياد قيم (س)

مثال (٤): ارسم منحنى الاقتران لـو$_{\frac{١}{٣}}$(س)

الحل : نختار قيم س من ضمن ح+ بحيث نستطيع ايجاد قيمة اللوغاريتم لها.

س	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$	١	٣	٩
ق(س)	٢	١	٠	١-	٢-

ق($\frac{1}{9}$) = لـو$_{\frac{1}{3}}$ ($\frac{1}{9}$) = لـو$_{\frac{1}{3}}$ ($\frac{1}{3}$)^{٢} = ٢لـو$_{\frac{1}{3}}$ ($\frac{1}{3}$) ٢×١ = ٢

ق($\frac{1}{3}$) = لـو$_{\frac{1}{3}}$ ($\frac{1}{3}$) = ١

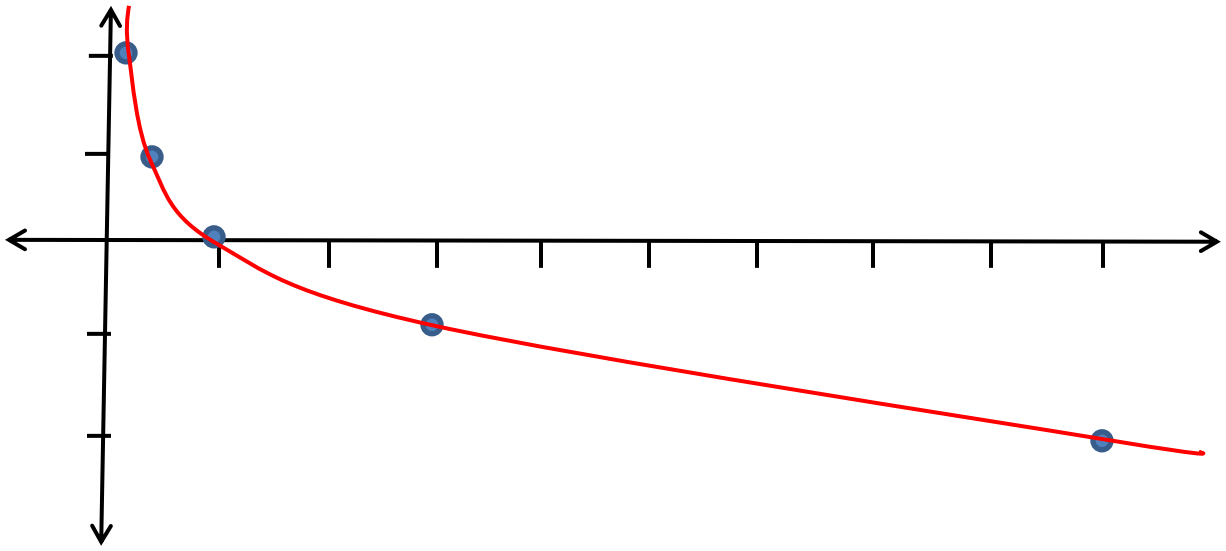
ق(١) = لـو$_{\frac{1}{3}}$ (١) = ٠

ق(٣) = لـو$_{\frac{1}{3}}$ (٣) ⟵ نفرض لـو$_{\frac{1}{3}}$ (٣) = س

$\frac{1}{3}^{س}$ = ٣ = ($\frac{1}{3}$)$^{-١}$ ⟵ س = -١

ق(٩) = لـو$_{\frac{1}{3}}$ (٩) ⟵ $\frac{1}{3}^{س}$ = ٩ ⟵ $\frac{1}{3}^{س}$ = ($\frac{1}{9}$)$^{-١}$

$\frac{1}{3}^{س}$ = ($\frac{1}{3^{٢}}$)$^{-١}$ = ($\frac{1}{3}$)$^{-٢}$ ⟵ س = ٢-



المجال : ح+

المدى : ح

الاقتران متناقص ( )

المقطع الصادي : لا يوجد مقطع صادي

المقطع السيني : (٠،١)

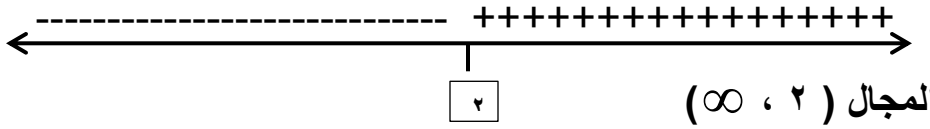
ملاحظة : ١) اذا كان أساس اللوغاريتم (أ) > ١ فان الاقتران متزايد

اذا كان أساس اللوغاريتم ٠ < (أ) < ١ فان الاقتران متناقص

٢) منحنى لـــو$_{٣}$(س) انعكاس لمنحنى لـــو$_{\frac{١}{٣}}$(س) حول محور السينات.

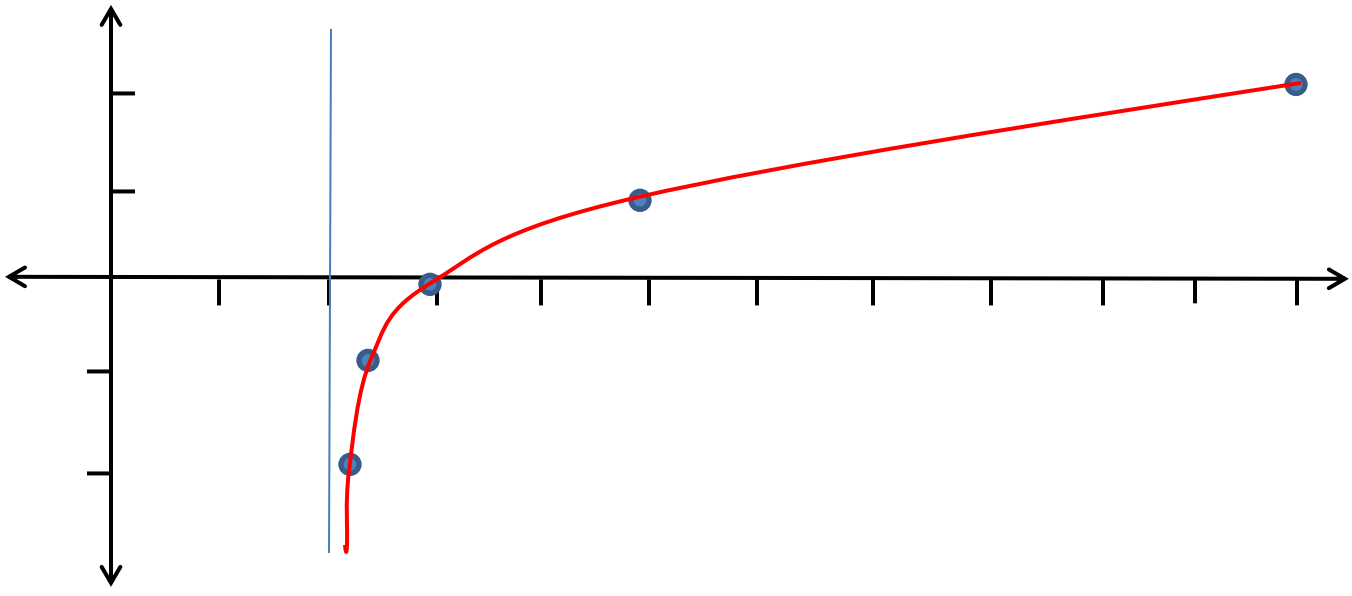
مثال( ) : ارسم ق(س) = لـــو$_{٣}$(س _ ٢) ، وحدد المجال .

لتحديد المجال : س-٢ > ٠ ⟵ س – ٢ = ٠ ⟵ س = ٢



المجال (٢ ، ∞)

س	٣	٥	١١	$٢\frac{١}{٣}$	$٢\frac{١}{٩}$
ق(س)	٠	١	٢	١-	٢-



المدى : ح

الاقتران متزايد

المقطع السيني : (٠،٣)

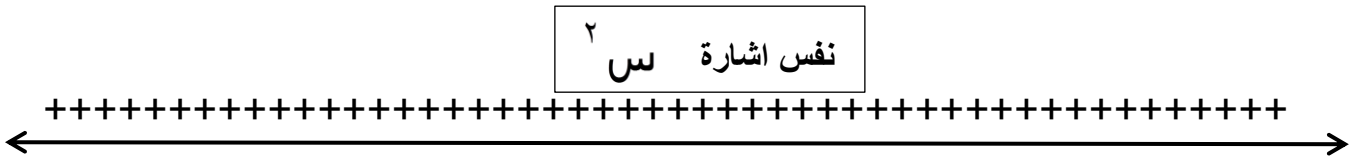
المقطع الصادي : لا يوجد

مثال ( ) : حدد المجال والمدى للاقترانات اللوغاريتمية الاتية:

ق(س) = لـــو$_{٤}$(س^{٢} + ١١)

الحل : لايجاد المجال : س^{٢} + ١١ > ٠ ومنها نجعل س^{٢} + ١١ = ٠

عبارة مكونة من مجموع مربعين : لا تحلل ، أي لا يوجد لها جذور حقيقية



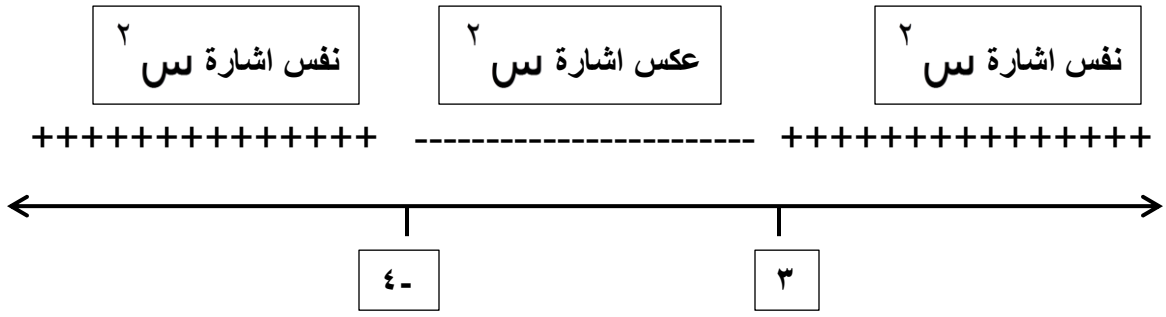
المجال : ح

المدى : ح

٢) ل(س) = لـــو$_{٧}$(س^{٢} + س – ١٢)

س^{٢} + س – ١٢ > ٠

س^{٢} + س – ١٢ = ٠ = (س + ٤) (س – ٣) ←—— س = -٤ أو س = ٣

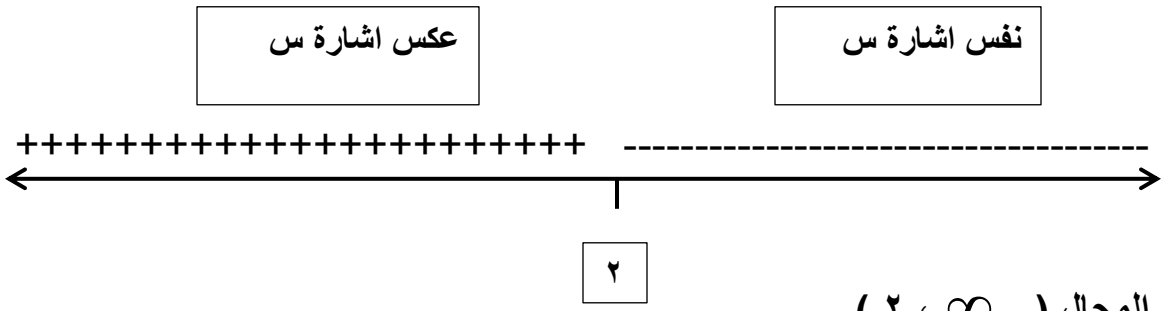


المجال : (٣، ∞) ∪ (- ∞ ، - ٤)

المدى : ح

٣) م(س) = ١ + لـــو ٤ (٢ – س)

الحل : ٢ – س > ٠ ⟵ ٢ – س = ٠ ⟵ س = ٢



المجال (- ∞ ، ٢)

المدى : ح