بحوث عمليات (إضافه)

الفصل الثامن

إدارة المشاريع: طريقة المسار الحرج وبيرت

Project Management: CPM/PERT

1.8 المقدمة

يعتبر التخطيط والرقابة من الوظائف الأساسية في المشاريع والمنظمات المختلفة، ويعد التخطيط الخطوة الأولى في إدارة المشاريع وأن نجاح أو فشل الخطوات التالية في المشروع يعتمد على التخطيط. لذلك أصبح التخطيط في الوقت الحاضر سمة من سمات التطور وتعتبر شبكات الأعمال أحد أساليب التخطيط الفعالة، وتعرف بأنها أحد أساليب بحوث العمليات التي تستخدم لأغراض التخطيط والرقابة في المشاريع المختلفة. اي أن الهدف من شبكات الأعمال هو التخطيط ومراقبة تنفيذ برنامج أو مشروع معين مكون من عدة مراحل أو عمليات

إن أي مشروع يتكون من مجموعة من الأنشطة المتداخلة والمترابطة وفق ترتيب منطقي معين يجب مراعاته لدى القيام بتنفيذ ذلك المشروع. وتظهر أهمية هذا التداخل والترتيب المنطقي للأنشطة التي يتكون منها المشروع مع ملاحظة أنه من غير الممكن أن نبدأ في تنفيذ بعضها قبل استكمال تنفيذ بعضها الآخر.

وتتميز المشاريع بكونها فريدة من نوعها بمعنى أنها مجموعة من العمليات أو الأنشطة التي تنفذ في وقت ما لتحقيق مجموعة من الأهداف وخلال وقت محدد. كبر حجم المشاريع وارتفاع تكاليفها وتعقيدها يجعلها بحاجة ماسة إلى التخطيط المسبق والدقيق، ويرجع السبب في ذلك إلى أن المشاريع يجب أن يتم تنفيذها في أوقات محددة إضافة إلى ارتفاع تكاليف التنفيذ الناتجة عن أي خطأ في التخطيط أو التنفيذ. من هنا فإن إدارة المشاريع تتطلب من العاملين التعرف على كيفية إدارة هذه المشاريع بكفاءة وفعالية وذلك من خلال التخطيط المسبق والجدولة للفعاليات التي يتضمنها المشروع والأولويات فيما بينها بشكل يخفف من نسبة المخاطر ويرفع من مستوى الإنجاز المطلوب

Scanned with CamScanner

وما يهم مديري أو منفذي المشاريع المختلفة هو:

1. معرفة التداخل والتسلسل المنطقي للأنشطة التي يتكون منها المشروع.
2. معرفة بداية ونهاية كل نشاط من أنشطة المشروع.
3. معرفة الأنشطة الأكثر أهمية (الحرجة: Critical) والتي يترتب على تأخير تنفيذها تأخير في تنفيذ كامل المشروع. ومعرفة الأنشطة الأقل أهمية (غير الحرجة) والتي يمكن تأجيل تنفيذها بعض الوقت دون أن يؤدي ذلك إلى أي تأخير في تنفيذ المشروع.

والهدف من هذه المعرفة هو:

أ. وضع خطة لتنفيذ المشروع في أقل زمن ممكن (و/أو بأقل تكلفة ممكنة).

ب. دراسة إمكانية تغيير تسلسل الأنشطة بحيث نقلل زمن تنفيذ المشروع (و/أو من تكلفة تنفيذه).

ج. إعادة توزيع الموارد المتاحة بحيث يمكن التعجيل في تنفيذ الأنشطة الحرجة وتأخير تنفيذ الأنشطة غير الحرجة.

2.8 المسار الحرج، ومراجعة وتقييم البرامج CPM/PERT

لقد تم تطوير مجموعة من الأساليب التي يمكن استخدامها في التخطيط والرقابة على المشروع، من أشهر هذه الأساليب: أسلوب المسار الحرج Critical Path Method (CPM)، وطريقة مراجعة وتقييم برامج المشاريع Program Evaluation & Review Technique (PERT). ويعتمد هذان الأسلوبان على التحليل العلمي لتخطيط المشاريع وجدولتها ومراقبتها وضبطها. ولدراسة المشاريع بواسطتهما يتم اللجوء إلى تمثيل تلك المشاريع بشبكة موجهة توضح طريقة تداخل وترابط وتسلسل الأنشطة والحوادث التي تتكون منها هذه المشاريع.

3.8 الفروق الأساسية بين طريقة المسار الحرج وطريقة مراجعة وتقييم برامج المشاريع.

يوجد فرقين أساسيين بين هذين الأسلوبين هما: (1) تقدير زمن تنفيذ الأنشطة: ففي طريقة المسار الحرج يكون زمن تنفيذ كل نشاط من الأنشطة المكونة للمشروع معطى بشكل محدد، أما في طريقة مراجعة برامج المشاريع فيعطى كل زمن من أزمنة تنفيذ الأنشطة ثلاثة تقديرات مبنية على أسس احتمالية ثم يصار إلى حساب المتوسط الموزون لهذه التقديرات بناء على وزن مناسب يعطى لكل تقدير. (2) إمكانية حساب تكلفة المشروع وعلاقة هذه التكلفة بزمن التنفيذ حيث يمكن ذلك باستخدام أسلوب المسار الحرج (CPM) فقط، وذلك لأن الأزمنة في هذا الأسلوب مبنية على معلومات محددة وبالتالي فالأخطاء في تقديرها قليلة.

إن استخدام أسلوبي (CPM) و (PERT) يسمح بتحديد الأنشطة الحرجة وأيضاً بتحديد التأخير الممكن في تنفيذ كل نشاط من الأنشطة غير الحرجة والذي يشار إليها عادة بالزمن العائم (Float Time) أو بالزمن الراكد (Slack Time)، بالإضافة إلى ذلك فإن أسلوبي (CPM) و (PERT) يفيدان في تحليل كثير من الجوانب المتعلقة بالمشروع كإيجاد توازن في استخدام الموارد وإعادة جدولة مثل هذا الاستخدام للوصول إلى نتائج أفضل.

إن (CPM) و (PERT) يهدفان إلى تنسيق وتنظيم جميع عناصر المشروع في إطار خطة رئيسية من أجل تكوين نموذج عمل لإنجاز المشروع بتكاليف وأوقات ملائمة وبأقل المخاطر.

4.8 الإطار العام لأسلوبي CPM و PERT

تمثل الخطوات الست التالية الإطار العام لأسلوبي (CPM) و (PERT):

1. تعريف المشروع وتحديد جميع الأنشطة أو المهام الأساسية المتعلقة به.
2. تقرير أو تحديد العلاقات بين الأنشطة المختلفة للمشروع. أي تحديد الأنشطة التي تسبق أو تتبع الأنشطة الأخرى (تحديد التداخل والتسلسل المنطقي بين الأنشطة).

Scanned with CamScanner

3. رسم الشبكة الممثلة لأنشطة المشروع.
4. تقدير الوقت و/أو التكلفة المصاحبة لكل نشاط.
5. حساب أطوال المسارات المختلفة في الشبكة وتحديد أطولها، وهو ما يدعى بالمسار الحرج.
6. استخدام الشبكة للمساعدة في تخطيط وجدولة ومتابعة ومراقبة المشروع.

5.8 طريقة المسار الحرج CPM

النشاط الحرج هو نشاط يترتب على أي تأخير كان طفيفاً في زمن تنفيذه تأخير في زمن تنفيذ كامل المشروع. أما المسار الحرج فهو عبارة عن مجموعة من الأنشطة الحرجة المتتابعة من بداية المشروع إلى نهايته والذي يتطلب زمناً أكثر من كافة المسارات في الشبكة، ويعتبر هذا المسار هو الأكثر خطورة في شبكة المشروع.

1.5.8 خطوات تحديد المسار الحرج

يتطلب تحديد المسار الحرج إتباع مجموعة من الخطوات المتسلسلة كما يلي:

1. تجزئة المشروع وتحديد الأنشطة التي يتكون منها المشروع.
2. تحديد العلاقات والتسلسل المنطقي بين الأنشطة، أي تحديد تتابع تنفيذ الأنشطة منذ بداية المشروع لحين الانتهاء من تنفيذه.
3. تحديد الأوقات والموارد اللازمة لتنفيذ كل نشاط من أنشطة المشروع.
4. رسم المخطط الشبكي الممثل لأنشطة المشروع وفقاً لطبيعة العلاقات والتسلسل المنطقي بين أنشطة المشروع، حيث أن هذه الأنشطة تعتمد على بعضها البعض، أي أنه لا يمكن البدء ببعضها قبل إنهاء نشاط أو مجموعة من الأنشطة الأخرى.
5. تحديد وقت البداية المبكر (Earliest Start) لكل نشاط من الأنشطة. وهذا يعني أبكر أو أسرع زمن يمكن أن نبدأ به كل نشاط. ويكون هذا الوقت دائماً يساوي صفر لأول نشاط أو مجموعة الأنشطة الواقعة في بداية المشروع.

6. تحديد وقت الإنهاء المبكر (Earliest Finish) لكل نشاط. وهو عبارة عن وقت البداية المبكر لأي نشاط مضافاً إليه الوقت اللازم لتنفيذه.
7. تحديد وقت البداية المتأخر (Latest Start)، وهو يمثل أقصى تأخير في أوقات بداية الأنشطة دون أن يؤثر ذلك على المشروع بأكمله.
8. تحديد وقت الإنهاء المتأخر (Latest Finish) وهو عبارة عن وقت البداية المتأخر لأي نشاط مضافاً إليه الوقت اللازم لتنفيذه.
9. تحديد الوقت الفائض (الراكد) وهو عبارة عن الفرق بين الأوقات المبكرة أو الفرق بين الأوقات المتأخرة.
10. تحديد المسار الحرج وهو عبارة عن مجموعة الأنشطة التي قيمة الوقت الفائض أو الراكد عندها تساوي صفر.

2.5.8 رسم المخطط الشبكي للمشروع

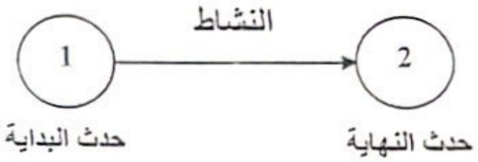
يمكن إيجاز أسس وقواعد بناء شبكات الأعمال كالآتي:

يبدأ المخطط الشبكي بحدث واحد فقط هو حدث البداية وينتهي كذلك بحدث واحد فقط هو حدث النهاية. والحدث Event هو إنجاز واحد أو أكثر من الأنشطة عند لحظة محددة من الزمن. وللوصول إلى حدث معين لا بد من إنجاز جميع الأنشطة التي تسبقه، ويمكن النظر إلى الحدث على أنه هدف نرغب الوصول إليه، وإلى الأنشطة التي تسبقه بأنها وسائل للوصول إلى الهدف.

1. كل نشاط يمثل بسهم واحد فقط ويشير رأس السهم إلى اتجاه انسياب العمل.
2. كل نشاط يجب أن يبدأ وينتهي بحدث، حيث يربط النشاط (السهم) بين حدثين متتاليين في الشبكة كما هو مبين في الشكل (1).

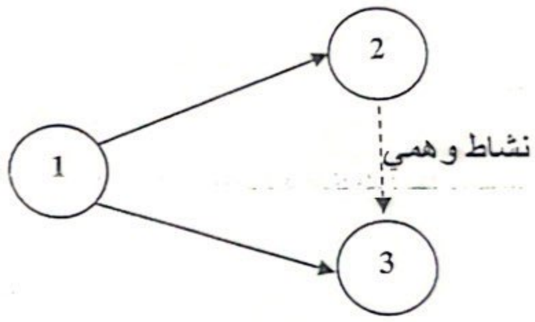
Scanned with CamScanner

الشكل (1) تمثيل النشاط بسهم بين حدثين



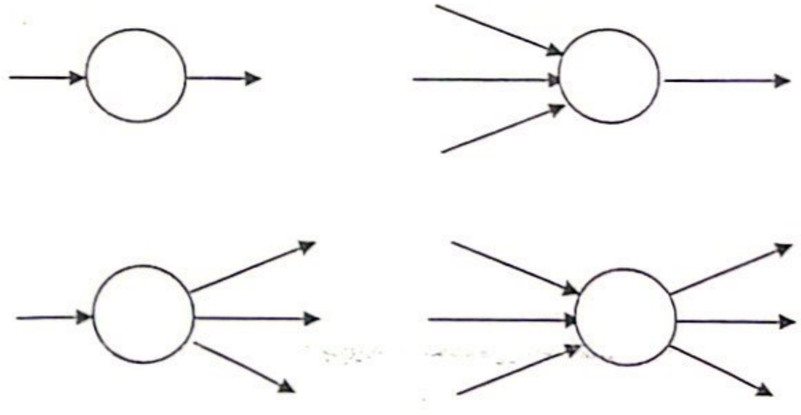
ولا يمكن ربط حدثين بأكثر من نشاط واحد، ولمعالجة هذه الحالات يتم الاستعانة بالأنشطة الوهمية كما هو مبين في الشكل (2).

الشكل (2) تمثيل الأنشطة الوهمية



3. يمكن أن يلتقي عند الحدث الواحد نشاط سابق واحد أو عدة أنشطة سابقة ويتولد منه نشاط واحد أو عدة أنشطة كما هو مبين في الشكل (3).

الشكل (3) تمثيل الأنشطة الداخلة والخارجة من الحدث



4. يجب المحافظة على التسلسل والتتابع المنطقي لمراحل تنفيذ المشروع وذلك بتحديد تعاقب تنفيذ الأنشطة حسب تسلسلها المنطقي.

5. لا يمكن أن تبدأ الأنشطة الخارجة من الحدث ما لم تنجز كافة الأنشطة الداخلة فيه.

وقد تمثل الأنشطة بدوائر أو عُقَد (Activity on Node) بدل الأحداث حيث أن كل نشاط يمثل بدائرتين، الأولى تشير إلى بدء النشاط والثانية تشير إلى نهايته. أما بالنسبة للأسهم فهي تمثل علاقات التتابع بين الأنشطة، وفي هذا التمثيل يمكن التخلص من الأنشطة الوهمية، إلا أن التمثيل بواسطة الأسهم (Activity On Arc) هو الأكثر استخداماً.

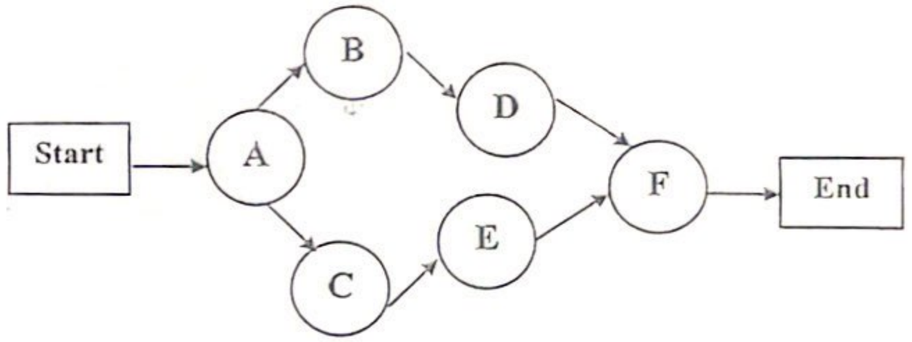
وبناء على القواعد السابقة يمكن رسم المخطط الشبكي للمشروع التالي باستخدام طريقة (AON) كما هو مبين في الشكل (4).

مثال (8- 1) يتكون أحد مشاريع بناء نظام معلومات من الأنشطة التالية حسب العلاقات الموضحة أدناه:

النشاط	الأنشطة السابقة	وقت النشاط (يوم)
A	----	10
B	A	12
C	A	10
D	B	15
E	C	20
F	D, E	8

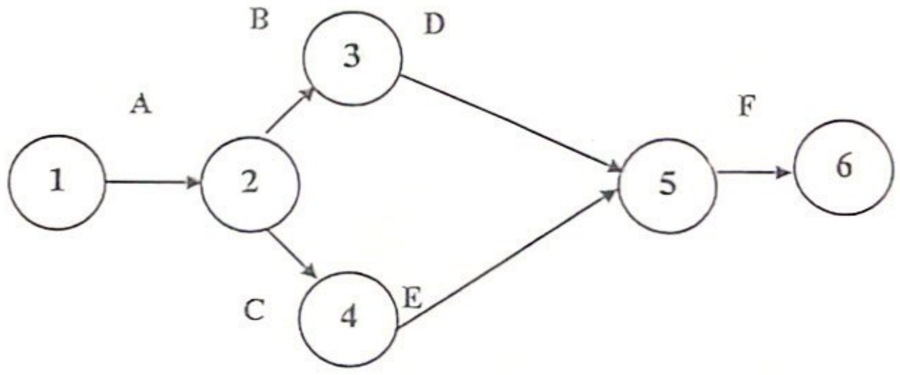
Scanned with CamScanner

الشكل (4) المخطط الشبكي لمشروع بناء نظام معلومات باستخدام طريقة (AON)



أيضاً يمكن استخدام طريقة (AOA) في رسم شبكة المشروع كما هو مبين في الشكل (5).

الشكل (5) المخطط الشبكي لمشروع بناء نظام معلومات باستخدام طريقة (AOA)



3.5.8 خطوات تحديد المسار الحرج للمشروع

1. رسم المخطط الشبكي للمشروع وتعيين وقت النشاط على الرسم كما هو مبين في الشكل التالي الذي يمثل النشاط (A).

اسم النشاط →	A	
زمن النشاط →	10	

2. تحديد الأزمنة المبكرة لكل نشاط. زمن البداية المبكرة Earliest Start (ES) وزمن النهاية المبكرة Earliest Finish (EF) كما هو مبين في الشكل التالي الذي يمثل النشاط (A).

A	ES	EF
10		

إن وقت البداية المبكرة (ES) للأنشطة الواقعة في بداية المشروع دائماً يساوي صفر، أما وقت النهاية المبكرة لأي نشاط فيساوي وقت البداية المبكرة زائداً وقت النشاط أي أن:

$$EF = ES + t$$

و (t) تمثل زمن أو وقت النشاط.

قاعدة تحديد وقت البداية المبكرة (ES)

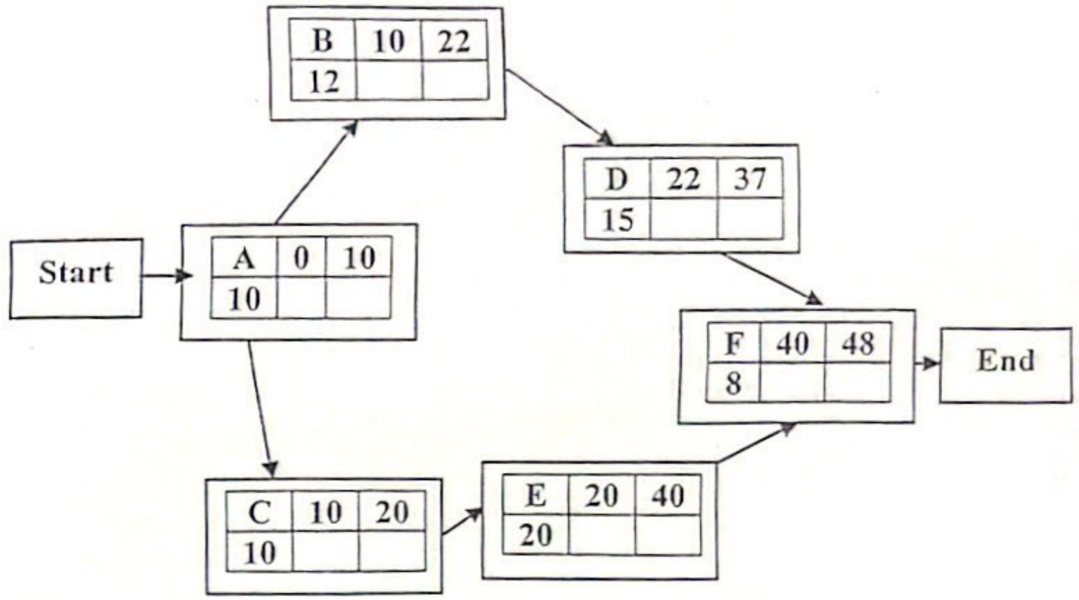
وقت البداية المبكرة (ES) لأي نشاط غير مستقل أي لا يقع في بداية المشروع يساوي أعلى وقت نهاية مبكرة من بين جميع الأنشطة التي تسبقه مباشرة.

وبتطبيق هذه القاعدة على مشروع بناء نظام معلومات، يظهر لدينا الشكل (6) الذي يبين المخطط الشبكي للمشروع مثبت عليه الأزمنة المبكرة لكل نشاط.

لاحظ من الشكل (6) أن النشاط (F) يسبقه وبشكل مباشر كلا النشاطين (D) و (E)، ووفقاً لقاعدة تحديد وقت البداية المبكرة (ES) فإن وقت البداية المبكرة (ES) للنشاط (F) هو وقت النهاية المبكرة (EF)) للنشاط (E) ويساوي (40)، وذلك لأن وقت النهاية المبكرة للنشاط (E) أعلى من وقت النهاية المبكرة للنشاط (D). إن وقت النهاية المبكرة لآخر نشاط (F) يمثل زمن إنجاز المشروع.

Scanned with CamScanner

الشكل (6) الأزمنة المبكرة لمشروع بناء نظام معلومات



3. تحديد الأزمنة المتأخرة لكل نشاط (مرحلة الإياب) وقت البداية المتأخر Latest Start (LS) ووقت النهاية المتأخر Latest Finish (LF).

بما أن الزمن الذي يستغرقه إنجاز المشروع هو (48) يوم، يمكننا بدء مرحلة الإياب بحيث يكون وقت النهاية المتأخر (LF) للنشاط (F) هو (48) يوم وبناء على ذلك نستطيع تحديد وقت البداية المتأخر (LS) باستخدام القانون التالي:

$$LS = LF - t$$

لاحظ الشكل التالي الذي يمثل الأزمنة المتأخرة للنشاط (F).

F	40	48
8	40	48
	LS	**LF**

ملاحظة:

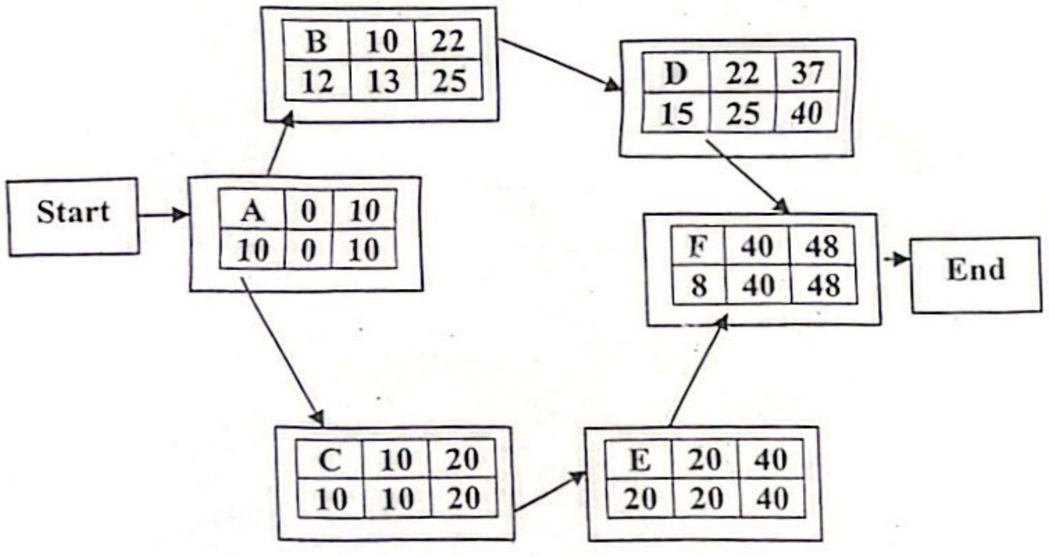
إن الأزمنة المتأخرة للنشاط الأخير تساوي الأزمنة المبكرة المقابلة لها في نفس النشاط إلا إذا كان المشروع ينتهي بأكثر من نشاط. ويمكن استخدام القاعدة التالية في تحديد وقت النهاية المتأخر لكل نشاط في الشبكة.

<u>قاعدة تحديد وقت النهاية المتأخر (LF)</u>

وقت النهاية المتأخر (LF) لأي نشاط لا يقع في نهاية المشروع يساوي أقل وقت بداية متأخر من بين جميع الأنشطة التي تتبعه مباشرة.

وبتطبيق هذه القاعدة على المثال، يظهر لدينا الشكل (7)، الذي يبين المخطط الشبكي للمشروع مثبت عليه الأزمنة المبكرة والأزمنة المتأخرة لجميع الأنشطة في المشروع.

الشكل (7) الأزمنة المبكرة والمتأخرة لمشروع بناء نظام معلومات



بعد تحديد الأزمنة المبكرة والأزمنة المتأخرة لجميع أنشطة المشروع ذهاباً (Forward) وغياباً (Backward)، يمكننا تحديد الزمن الراكد (Slack)

Scanned with CamScanner

المرافق لكل نشاط في المشروع. ويعرف الزمن الراكد أو الفائض لنشاط معين بأنه أكبر وقت يمكن فيه تأخير تنفيذ ذلك النشاط دون التأثير على الزمن الكلي لتنفيذ المشروع. إن الزمن الراكد أو الفائض الكلي لأي نشاط يكون متمثلاً بالفترة الفاصلة بين الوقت المبكر لبدء النشاط والوقت المتأخر لإنتهائه مطروحاً منه فترة التنفيذ ويمكن إيجاد الوقت الراكد (الفائض) باستخدام العلاقة التالية:

$$Slack = LS - ES = LF - EF$$

واستناداً إلى العلاقة السابقة، فإن الزمن الراكد المرافق للنشاط (A) يساوي:

$$Slack\ A = LS - ES = LF - EF$$
$$= 0 - 0 = 10 - 10 = 0$$

وللنشاط (B)

$$Slack\ B = LS - ES = LF - EF$$
$$= 13 - 10 = 25 - 22 = 3$$

وهذا يعني أنه يمكن تأخير تنفيذ النشاط (B) ثلاثة أيام بينما لا يمكننا تأخير تنفيذ النشاط (A) وهذا يعني بأن النشاط (A) هو نشاط حرج. بشكل عام الأنشطة الحرجة هي الأنشطة التي قيمة الزمن الراكد عندها تساوي صفر.

والجدول التالي يبين الأزمنة المبكرة والأزمنة المتأخرة والزمن الراكد (الفائض) عند كل نشاط من أنشطة المشروع.

النشاط	ES	LS	EF	LF	*Slack*	حرج؟
A	0	0	10	10	0	نعم
B	10	13	22	25	3	لا
C	10	10	20	20	0	نعم
D	25	22	40	37	3	لا
E	20	20	40	40	0	نعم
F	40	40	48	48	0	نعم

لاحظ عمود الوقت الراكد (الفائض *Slack*) في الجدول. يظهر بأن الأنشطة (A) و (C) و (E) و (F) لا تحتمل التأخير، حيث أن قيمة الوقت الراكد عندها

تساوي صفر. لذلك تعتبر الأنشطة الحرجة للمشروع. والمسار الحرج يتشكل منها أي أن المسار الحرج هو: A – C – E – F، كما أن طول هذا المسار هو: 48 يوم. ويمكن إيجاد المسار الحرج عن طريق رصد جميع المسارات في الشبكة وحساب طول كل مسار، فيكون المسار الجرج أطول مسار في الشبكة.

6.8 طريقة تقويم ومراجعة البرامج PERT

البرنامج هو مجموعة من المهام أو الأنشطة أو الفعاليات Activities المطلوب تنفيذها وفقاً لجدول زمني واضح ومحدد، ولا بد من توفير الموارد المختلفة وفق جدول زمني واضح لتنفيذ ما هو مطلوب، وهذا يحتاج إلى استخدام شبكات الأعمال Networks لتحقيق الاستخدام الأفضل للموارد المادية والزمن، حيث أن لهما تأثير واضح في تكاليف المشروع، حيث تعمل شبكات الأعمال على خفض التكاليف إلى أدنى مستوى ممكن وصولاً إلى حالة الأمثلية.

إن هذا الأسلوب مكرس لأغراض الرقابة على تخطيط ومتابعة تنفيذ البرامج أو المشاريع، ويرتبط بشكل وثيق بأسلوب المسار الحرج، إلا أن أسلوب PERT يعتمد على الأوقات الاحتمالية لتنفيذ الأنشطة المختلفة وذلك استجابةً لعوامل البيئة الخارجية الخارجة عن نطاق سيطرة المنظمة ومن أهمها: القوى الاقتصادية، والأنظمة القانونية والسياسية، والعوامل البيئية، والبيئة الاجتماعية، والعوامل التكنولوجية. وعوامل البيئة الداخلية النابعة من داخل المنظمة المنفذة للمشروع والتي يمكن السيطرة عليها مثل: توفير الموارد البشرية، والمالية، والمادية (مكائن ومعدات) المطلوبة في الزمان والمكان المناسب.

استناداً إلى ما تقدم من عوامل خارجية وداخلية فإن متخذ القرار المسؤول عن تنفيذ المشروع سوف يأخذ بعين الاعتبار هذه العوامل عند حساب الأزمنة اللازمة لتنفيذ الأنشطة التي يتكون منها المشروع، حيث يتم الاعتماد في هذه الحالة على ثلاثة أنواع من الأزمنة، هي:

Scanned with CamScanner

أ. الزمن التفاؤلي (a) Optimistic Time: وهو ذلك الزمن الذي يتم اعتماده إذا كانت كافة الظروف البيئية تسير في مصلحة تنفيذ المشروع، لذلك يكون عادة قليل ومحدد.

ب. الزمن الأكثر إحتمالاً (m) Most Likely Time: هو ذلك الزمن الذي يتم اعتماده إذا كان لدى إدارة المشروع الخبرات الكافية بحث تكون الأوقات المحسوبة هي أقرب إلى الواقع الفعلي، ويكون هذا الزمن أكثر من الزمن التفاؤلي.

ت. الزمن التشاؤمي (b) Pessimistic Time: وهو ذلك الزمن الذي يتم اعتماده إذا كانت كافة الظروف البيئية لا تسير في مصلحة تنفيذ المشروع، لذلك يكون عادة أكبر من الأزمنة السابقة.

إن وجود ثلاثة أزمنة (a, m, b) لكل نشاط يربك الحسابات الزمنية للمشروع، لذالك يتم تحديد الوقت المتوقع لتنفيذ ذلك النشاط وفق الصيغة التالية:

$$t = \frac{a + 4(m) + b}{6}$$

حيث:

t: الوقت المتوقع للنشاط.

a: الزمن التفاؤلي بوزن 1.

m: الزمن الأكثر احتمالا بوزن 4.

b: الزمن التشاؤمي بوزن 1.

6: مجموع الأوزان

مع وجود حالة عدم التأكد في أزمنة النشاط، يمكننا استخدام التباين لوصف التشتت أو التباين في قيم زمن النشاط. لحساب تباين زمن النشاط نستخدم الصيغة التالية:

$$\sigma^2 = \left(\frac{b-a}{6}\right)^2$$

والفرق بين الزمن التشاؤمي (b) والزمن التفاؤلي (a) يؤثر وبشكل كبير على قيمة التباين. الفرق الكبير بين هاتين القيمتين يعكس درجة عالية من حالة عدم التأكد في زمن النشاط.

بالإضافة إلى ذلك يستعين متخذ القرار بمؤشرات إحصائية تمكنه من الإطلاع على سير عمليات تنفيذ الأنشطة والتعرف إلى الطبيعة التفاؤلية أو التشاؤمية لأزمنة الأنشطة في المشروع. لوحظ من خلال التعامل مع الأزمنة الإحتمالية للأنشطة الواردة ضمن شبكة PERT أنها تخضع لتوزيع بيتا الاحتمالي Beta Distribution.

ولتوضيح آلية عمل طريقة بيرت نستخدم المثال التالي الخاص بمشروع تطوير نظام معلومات.

مثال (8- 2) يتطلب مشروع تطوير نظام معلومات ستة أنشطة رئيسة، الجدول التالي يبين الأزمنة التقديرية (بالأيام) لإنجاز المشروع.

النشاط	الأنشطة السابقة	a	m	b
A	----	9	4	11
B	A	6	7	14
C	B	2	6	10
D	A	0.5	1	1.5
E	D	6	9	12
F	C, E	4	5	12

لحساب الزمن المتوقع (المتوسط) لكل نشاط نستخدم الصيغة (1)، فيكون الزمن المتوقع (المتوسط) لأنشطة المشروع على النحو الأتي:

$$t_a = \frac{9 + 4(4) + 11}{6} = 6$$

$$t_b = \frac{6 + 4(7) + 14}{6} = 8$$

Scanned with CamScanner

$$t_c = \frac{2+4(6)+10}{6} = 6$$

$$t_d = \frac{0.5+4(1)+1.5}{6} = 1$$

$$t_e = \frac{6+4(9)+12}{6} = 9$$

$$t_f = \frac{4+4(5)+12}{6} = 6$$

أما التباين لكل نشاط فيتم حسابه باستخدام الصيغة (2)، وعلى النحو الأتي:

$$\sigma^2 a = \left(\frac{11-9}{6}\right)^2 = 0{:}11$$

$$\sigma^2 b = \left(\frac{14-6}{6}\right)^2 = 1.78$$

$$\sigma^2 c = \left(\frac{10-2}{6}\right)^2 = 1.78$$

$$\sigma^2 d = \left(\frac{1.5-0.5}{6}\right)^2 = 0.03$$

$$\sigma^2 e = \left(\frac{12-6}{6}\right)^2 = 1$$

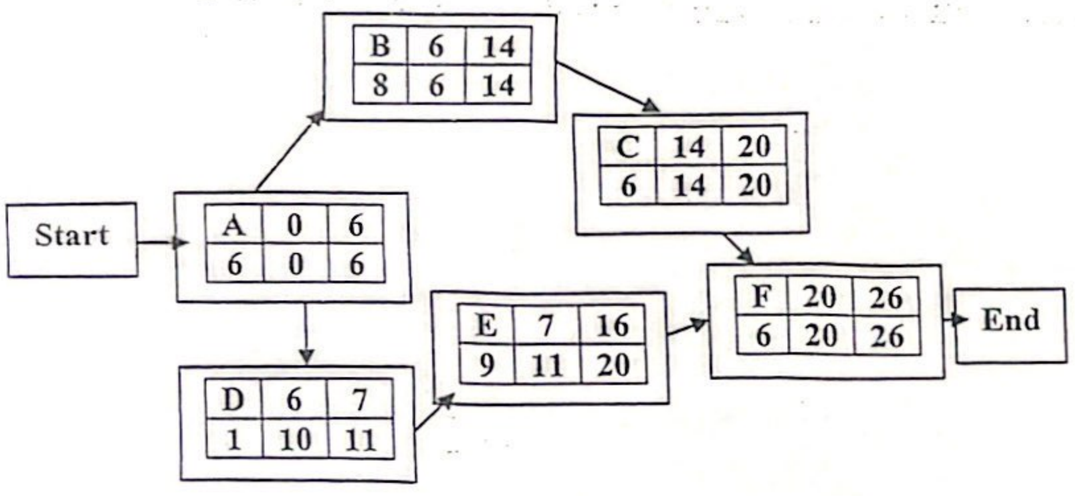
$$\sigma^2 f = \left(\frac{12-4}{6}\right)^2 = 1.78$$

والجدول التالي يبين متوسط الزمن والتباين لكل نشاط من أنشطة المشروع

النشاط	E(t)	σ^2
A	6	0.11
B	7	1.78
C	6	1.78
D	1	0.03
E	9	1
F	6	1.78

وبناءاً على ما تقدم نستطيع ايجاد المسار الحرج حسب الطريقة التي تمت الإشارة إليها سابقاً، وكما هو مبين في الشكل الأتي:

الشكل (8) الأزمنة المبكرة والمتأخرة لمشروع تطوير نظام معلومات



والجدول التالي يبين الأزمنة المبكرة والأزمنة المتأخرة والزمن الراكد (الفائض) عند كل نشاط من أنشطة المشروع.

Scanned with CamScanner

النشاط	ES	LS	EF	LF	Slack	حرج؟
A	0	0	6	6	0	نعم
B	6	6	14	14	0	نعم
C	14	14	20	20	0	نعم
D	6	10	7	11	4	لا
E	7	11	16	20	4	لا
F	20	20	26	26	0	نعم

لاحظ عمود الوقت الراكد (الفائض Slack) في الجدول. يظهر بأن الأنشطة (A) و (B) و (C) و (F) لا تحتمل التأخير، حيث أن قيمة الوقت الراكد عندها تساوي صفر. لذلك تعتبر الأنشطة الحرجة للمشروع. والمسار الحرج يتشكل منها أي أن المسار الحرج هو: A-B-C-F كما أن طول هذا المسار هو: 25، يوم، ويمثل طول المسار الزمن المتوقع لإكمال المشروع، أما تباين المشروع فيمثل مجموع تباينات الأنشطة الحرجة، لذلك فإن تباين الزمن المتوقع لإكمال المشروع هو:

$$\sigma^2 = \sigma^2 a + \sigma^2 b + \sigma^2 c + \sigma^2 f$$
$$= 0.11 + 1.78 + 1.78 + 1.78 = 5.45$$

أما الانحراف المعياري للزمن المتوقع لإكمال المشروع هو:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{5.45} = 2.33$$

بافتراض بأن زمن إكمال المشروع (T) يخضع لتوزيع طبيعي، نستطيع حساب احتمالية إنجاز المشروع في وقت محدد. مثلاً إفترض أن إدارة الشركة خصصت 30 يوم لإنجاز المشروع، ما هي احتمالية تسليم المشروع في 30 يوم؟ إن هذا يعني إيجاد احتمالية أن $T \leq 30$، وبإيجاد العلامة المعيارية Z للتوزيع الطبيعي عند $T = 30$ نستخدم الصيغة التالية:

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

حيث:

X: الوقت المستهدف لزمن المشروع.

μ: وقت المسار الحرج (زمن المشروع).

σ: الانحراف المعياري لوقت المشروع.

أي أن:

$$\text{العلامة المعيارية } Z = \frac{\text{الوقت المستهدف لزمن المشروع} - \text{وقت المسار الحرج}}{\text{الانحراف المعياري لوقت المشروع}}$$

وعليه فإن العلامة المعيارية عند $T = 30$ هي:

$$Z = \frac{30 - 26}{2.33} = 1.72$$

ومن جدول التوزيع الطبيعي نجد المساحة المقابلة لقيمة $Z = 1.72$، فنجد أن احتمالية إكمال المشروع في 30 يوم أو أقل هي 0.9572، أي 95.72%. الآن افترض بأن الشركة صاحبة المشروع طلبت من إدارة المشروع إكمال المشروع خلال 23 يوم، ما هي احتمالية تسليم المشروع في 23 يوم؟ نجد قيمة Z للتوزيع الطبيعي عند $T = 23$ نستخدم الصيغة السابقة، كما يأتي:

$$Z = \frac{23 - 26}{2.33} = -1.29$$

من جدول التوزيع الطبيعي نجد المساحة المقابلة لقيمة $Z = -1.29$، فنجد أن احتمالية إكمال المشروع في 23 يوم أو أقل هي 0.098، أي 9.85%.

تدريب (1): ما هو احتمال تنفيذ المشروع وفقاً لوقت المسار الحرج؟ الإجابة (50%).

تدريب (2): ما هو احتمال تنفيذ المشروع بتكلفة مقدارها 8400، إذا كانت تكلفة اليوم الواحد تساوي 300 دينار؟ الإجابة: (80.51%).

Scanned with CamScanner

إن عملية إيجاد احتمال تنفيذ المشروع في وقت معين تتضمن القيام بالخطوات التالية:

1. تحديد أنشطة المسار الحرج، وحساب الانحراف المعياري لكل نشاط من أنشطة المسار الحرج.
2. حساب الانحراف المعياري لوقت المشروع ككل.
3. حساب العلامة المعيارية Z حسب الصيغة التالية: $Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$
4. من جدول التوزيع الطبيعي نبحث عن المساحة المقابلة للعلامة المعيارية Z.

7.8 نموذج بيرت التكلفة؛ العلاقة المتبادلة بين الوقت والتكلفة

حتى هذه النقطة تم توضيح استخدام تحليل كلا من طريقة المسار الحرج، وطريقة بيرت PERT، اللتان تقدمان معلومات هامة تستخدمها إدارة المشروع في التخطيط للمشروع. لكن كثيراً ما تواجه إدارة المشروع مشاكل تتعلق بوقت تسليم المشروع من حيث تعجيل وقت تنفيذ المشروع وتسليمه في وقت أقل من الوقت الذي أظهرته نتائج تحليل شبكة المسار الحرج و بيرت PERT.

يستطيع مدير المشروع أن يخفض فترة إنجاز المشروع عن طريق تخصيص موارد إضافية (مواد أولية، عمال، آلات، ...) لإنجاز أنشطة المشروع ويترتب عن ذلك تكاليف إضافية تؤثر في مجمل تكاليف المشروع. لذلك فإن قرار تخفيض فترة إنجاز المشروع يجب أن يبنى على التحليل المتبادل بين الوقت والتكلفة، حيث تعد تكلفة المشروع من العوامل الرئيسة في التخطيط للمشروع. حيث توجد علاقة كبيرة بين الوقت اللازم لإتمام المشروع، وتكلفة تنفيذه، فكلما حاولت إدارة المشروع تخفيض الوقت كلما زادت التكلفة.

إن تعجيل أو تسريع المشروع Project Crashing هي طريقة لتقصير فترة إنجاز المشروع عن طريق تقليل وقت نشاط أو أكثر من أنشطة المسار الحرج إلى وقت أقل من الوقت العادي للنشاط. ويسمى التخفيض من الأوقات العادية للنشاط بالتعجيل أو

التسريع Crashing، الذي يتحقق عند استخدام موارد إضافية أكثر تقاس من حيث تكلفة تعجيل النشاط.

يمكن تحديد نوعين من الوقت والتكلفة لكل نشاط، وهما:

أ. الوقت العادي Normal Time، والتكلفة العادية Normal Cost.

ب. وقت التعجيل (التسريع) Crash Time، وتكلفة التعجيل (التسريع) Crash Cost.

ومن خلال الوقت والتكلفة نقوم بحساب ميل تكلفة النشاط (تكلفة التعجيل لكل فترة من الوقت) لجميع الأنشطة باستخدام الصيغة التالية:

$$\text{Crash cost/ time period} = \frac{Crash\ Cost - Normal\ Cost}{Normal\ Time - Crash\ Time}$$

أي أن حاصل قسمة الفرق في التكاليف على الفرق في الأوقات يعطينا ميل تكلفة النشاط.

يهدف نموذج بيرت PERT التكلفة إلى تحديد البدائل الممكنة لتخفيض وقت المشروع وما يقابلها من تكاليف، واختيار أفضل البدائل من خلال تطبيق الخطوات التالية:

1. رسم شبكة الأعمال.
2. إيجاد المسار الحرج وتحديد الأنشطة الحرجة.
3. تحديد التخفيضات الممكنة لكل نشاط وما يقابلها من زيادة في التكلفة.
4. تحديد حدود فترة التخفيض لكل نشاط عن طريق إيجاد الفرق بين الوقت العادي ووقت التعجيل.
5. حساب ميل التكلفة لكل نشاط.
6. البدء بتخفيض أنشطة المسار الحرج، ويتم البدء بتخفيض وقت النشاط ذو أقل ميل تكلفة ثم الذي يليه وهكذا، مع مراعاة حدود فترة التخفيض لكل نشاط.

Scanned with CamScanner

7. في حالة احتمال تحول المسار الحرج وظهور مسارات حرجة جديدة يجب مراعاة القاعدة التالية:

يتم أولاً تخفيض النشاط الحرج ذو أقل ميل تكلفة في حدود فترة التخفيض، أو أقل وقت فائض (Slack) للأنشطة غير الحرجة أيهما أقل.

8. في حالة ظهور أكثر من مسار حرج يجب تخفيض وقت المسارات الحرجة، حيث يتم اختيار النشاط الحرج ذو أقل ميل تكلفة في كل مسار، ويتم تخفيض هذه الأنشطة في حدود أقل فترة تخفيض مسموح بها.

9. يتم تفضيل النشاط المشترك في أولويات التخفيض إذا كان ميل التكلفة له أقل من مجموع ميل التكلفة لنشاطين كل منهما في مسار حرج مختلف. وملاحظة أن تخفيض النشاط المشترك لن يوجد مسارات جديدة.

10. يتم تخفيض وقت المشروع باستخدام الخطوات السابقة حتى يتم الوصول إلى الوقت المستهدف.

لتوضيح آلية عمل تعجيل المشروع نستخدم مثال مشروع تطوير نظام معلومات، والجدول التالي يبين الأوقات والتكاليف العادية والمعجلة لكل نشاط من أنشطة المشروع:

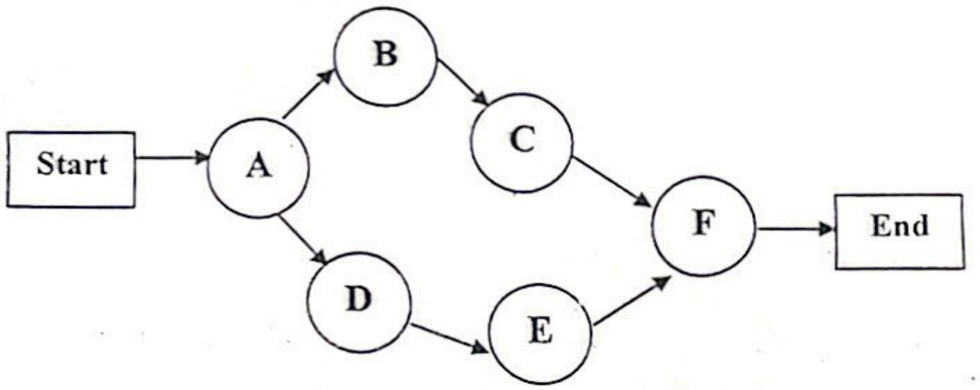
النشاط	Normal Time	Crash Time	Normal Cost	Crash Cost	ميل التكلفة
A	6	5	2800	2950	150
B	7	6	3200	3275	75
C	6	4	2200	2300	50
D	1	1	5000	5000	0
E	9	7	5800	6000	100
F	6	4	8200	8800	300
المجموع	35	27	27200	28325	

يمثل العمود الأخير من الجدول ميل التكلفة لكل نشاط Activity Crash Cost الذي تم حسابه باستخدام الصيغة المشار إليها أعلاه، على سبيل المثال ميل التكلفة للنشاط a هو:

$$\text{Activity (a) Cost Slop} = \frac{2800 - 2950}{6 - 5} = \frac{150}{1} = 150$$

وفيما يلي شبكة الأعمال الممثلة للمشروع:

الشكل (8) شبكة الأعمال لمشروع تطوير نظام معلومات



المطلوب: تخفيض وقت المشروع إلى المدة المثلى، وتحديد زمن الإنجاز الأمثل إذا علمت أن المنظمة صاحبة المشروع تدفع (100) دينار حوافز عن كل يوم يتم تعجيله في العمل، حيث كانت التكاليف غير المباشرة عند البدء في تنفيذ المشروع (1000) دينار.

الحل

في البداية يتم رسم المخطط الشبكي للمشروع وتحديد المسار الحرج، من الحسابات السابقة تبين أن المسار الحرج هو: A-B-C-F، وطوله (25) يوم.

وفيما يلي المسارات الموجودة في شبكة الأعمال، مع المسار الحرج:

A-B-C-F = 25 day

A-D-E-F = 22 day

Scanned with CamScanner

يتم البدء بتخفيض وقت النشاط (C) ذو أقل ميل تكلفة يومين (حدود فترة التخفيض) فيصبح طول المسار الحرج (23) يوم، ثم نقوم بتخفيض وقت النشاط (B) يوم، فيصبح طول المسار (22) يوم، فيصبح هنالك مسارين حرجين طول كل منهما (22) يوم:

A-B-C-F = 22 day

A-D-E-F = 22 day

لاحظ أن المسارين يشتركان في الأنشطة A، وF، فيتم تخفيض النشاط A ذو أقل ميل تكلفة يوم واحد (حدود فترة التخفيض) فيصبح طول كل مسار حرج (21) يوم، ثم نقوم بتخفيض وقت النشاط (F) يوم، فيصبح طول كل مسار حرج (20) يوم، وهو آخر يوم مسموح به، حيث تبدأ بعد ذلك التكاليف في الزيادة.

والجدول التالي يبين سلوك التكاليف المباشرة وغير المباشرة والتكاليف الكلية بالقياس إلى التعجيل الزمني الواقع بين المدة 25 يوم إلى 20 يوم.

زمن المشروع / التكاليف	25	24	23	22	21	20
التكاليف المباشرة	27200	27250	27300	27375	27525	27775
التكاليف غير المباشرة	1000	900	800	700	600	500
التكاليف الكلية	28200	28250	28100	28075	28125	28275

- من الجدول السابق نلاحظ أن التكاليف الكلية (المباشرة وغير المباشرة) تكون أقل ما يمكن عند المدة 22 يوم.

مثال (8- 3): كانت البيانات الخاصة بأحد المشاريع (الوقت بالأسبوع) كما هو مبين في الجدول الأتي:

		Normal	عادي	Crash	معجل	
النشاط	الأسبقية	Time	Cost	Time	Cost	ميل التكلفة
A	-	12	8000	8	12000	1000
B	-	14	5000	10	7500	625
C	-	8	10000	8	10000	0
D	A	5	6000	3	8000	1000
E	A	4	5000	3	7000	2000
F	B, C, E	6	9000	5	12000	3000
G	C	10	5000	8	8000	1500

المطلوب:

تخفيض وقت المشروع إلى (17) أسبوع، وإيجاد مقدار التكلفة الإجمالية للمشروع بعد التعجيل.

1. رسم شبكة الأعمال، وإيجاد المسار الحرج وتحديد الأنشطة الحرجة.

يبين الشكل التالي المخطط الشبكي للمشروع، ويتضح من الشكل أن المسارات هي:

A-E-F = 22 Week

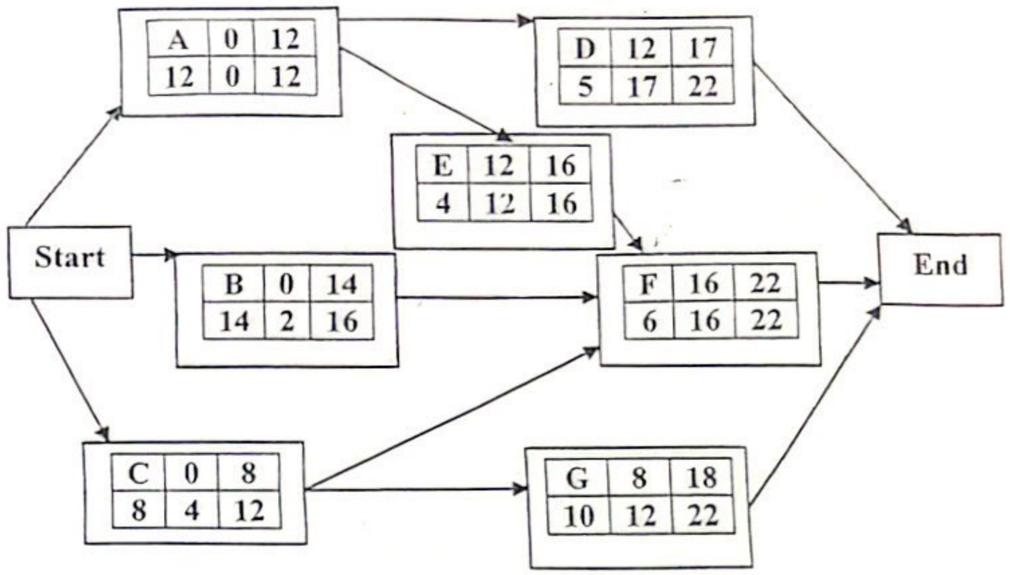
A-D = 17 Week

B-F = 20 Week

C-G = 18 Week

فيكون وقت إتمام المشروع يساوي 22 أسبوع والأنشطة الحرجة هي A، E، وF.

Scanned with CamScanner



2. تحديد التخفيضات الممكنة لكل نشاط وما يقابلها من زيادة في التكلفة.

النشاط	حدود التخفيض	ميل التكلفة
A	$12-8=4$	$S_A=\frac{12000-8000}{12-8}=\frac{4000}{4}=1000$
B	$14-10=4$	$S_B=\frac{7500-5000}{14-10}=\frac{2500}{4}=625$
C	$8-8=0$	$S_C=\frac{10000-10000}{8-8}=0$
D	$5-3=2$	$S_D=\frac{8000-6000}{5-3}=\frac{2000}{2}=1000$
E	$4-3=1$	$S_E=\frac{7000-5000}{4-3}=\frac{2000}{1}=2000$
F	$6-5=1$	$S_F=\frac{12000-9000}{6-5}=\frac{3000}{1}=3000$
G	$10-8=2$	$S_G=\frac{8000-5000}{10-8}=\frac{3000}{2}=1500$

3. نجري عملية التعجيل، يتم البدء بتخفيض وقت النشاط (A) ذو أقل ميل تكلفة أربعة أسابيع (حدود فترة التخفيض) فيصبح طول المسار الأول (18) أسبوع، فيتحول المسار الثالث (B-F) إلى حرج وطوله (20) أسبوع، نقوم بتخفيض النشاط (B) ثلاثة أسابيع، فيصبح هنالك مسارين حرجين هما الأول والرابع، طول كل مسار (18) أسبوع فتصبح المسارات على النحو الأتي:

A-E-F = 18 Week

A-D = 13 Week

B-F = 17 Week

C-G = 18 Week

بما أن هنالك مسارين بنفس المدة (18) أسبوع نقوم بتعجيل النشاط ذو أقل ميل تكلفة في كلا المسارين، فيكون النشاط (E) في المسار الأول الذي يتم تعجيله أسبوع واحد، والنشاط (G) في المسار الثاني الذي يتم تعجيله بأسبوع واحد، فتصبح المسارات على النحو الأتي:

A-E-F = 17 Week

A-D = 13 Week

B-F = 17 Week

C-G = 17 Week

وبالتالي يصبح هنالك ثلاثة مسارات حرجة مدة كل منها (17) أسبوع، وبلغ مجموع تكاليف التعجيل 9375 دينار، كانت موزعة على النحو الأتي:

تعجيل النشاط A أربعة أسابيع، (1000) دينار في الأسبوع = (4) × (1000) = 4000 دينار.

تعجيل النشاط B ثلاثة أسابيع، (625) دينار في الأسبوع = (3) × (625) = 1875 دينار.

تعجيل النشاط E أسبوع واحد، (2000) دينار في الأسبوع = (1) × (2000) = 2000 دينار.

تعجيل النشاط G أسبوع واحد، (1500) دينار في الأسبوع = (1) × (1500) = 1500 دينار.

المجموع = 4000 + 1875 + 2000 + 1500 = 9375 دينار.

Scanned with CamScanner

يتم البدء بتخفيض وقت النشاط (C) ذو أقل ميل تكلفة يومين (حدود فترة التخفيض) فيصبح طول المسار الحرج (23) يوم، ثم نقوم بتخفيض وقت النشاط (B) يوم، فيصبح طول المسار (22) يوم، فيصبح هنالك مسارين حرجين طول كل منهما (22) يوم:

A-B-C-F = 22 day

A-D-E-F = 22 day

لاحظ أن المسارين يشتركان في الأنشطة A، وF، فيتم تخفيض النشاط A ذو أقل ميل تكلفة يوم واحد (حدود فترة التخفيض) فيصبح طول كل مسار حرج (21) يوم، ثم نقوم بتخفيض وقت النشاط (F) يوم، فيصبح طول كل مسار حرج (20) يوم، وهو آخر يوم مسموح به، حيث تبدأ بعد ذلك التكاليف في الزيادة.

والجدول التالي يبين سلوك التكاليف المباشرة وغير المباشرة والتكاليف الكلية بالقياس إلى التعجيل الزمني الواقع بين المدة 25 يوم إلى 20 يوم.

زمن المشروع / التكاليف	25	24	23	22	21	20
التكاليف المباشرة	27200	27250	27300	27375	27525	27775
التكاليف غير المباشرة	1000	900	800	700	600	500
التكاليف الكلية	28200	28250	28100	28075	28125	28275

- من الجدول السابق نلاحظ أن التكاليف الكلية (المباشرة وغير المباشرة) تكون أقل ما يمكن عند المدة 22 يوم.

مثال (8- 3): كانت البيانات الخاصة بأحد المشاريع (الوقت بالأسبوع) كما هو مبين في الجدول الأتي:

		Normal	عادي	Crash	معجل	
النشاط	الأسبقية	Time	Cost	Time	Cost	ميل التكلفة
A	-	12	8000	8	12000	1000
B	-	14	5000	10	7500	625
C	-	8	10000	8	10000	0
D	A	5	6000	3	8000	1000
E	A	4	5000	3	7000	2000
F	B, C, E	6	9000	5	12000	3000
G	C	10	5000	8	8000	1500

المطلوب:

تخفيض وقت المشروع إلى (17) أسبوع، وإيجاد مقدار التكلفة الإجمالية للمشروع بعد التعجيل.

1. رسم شبكة الأعمال، وإيجاد المسار الحرج وتحديد الأنشطة الحرجة.

يبين الشكل التالي المخطط الشبكي للمشروع، ويتضح من الشكل أن المسارات هي:

A-E-F = 22 Week

A-D = 17 Week

B-F = 20 Week

C-G = 18 Week

فيكون وقت إتمام المشروع يساوي 22 أسبوع والأنشطة الحرجة هي A، E، وF.

Scanned with CamScanner

فتصبح التكلفة الإجمالية للمشروع بعد عملية التعجيل = 132000 + 9375 = 141375 دينار

8.8 صياغة نموذج البرمجة الخطية لشبكات الأعمال

لصياغة نموذج البرمجة الخطية الممثل لشبكات الأعمال، سوف نعتمد على المخطط الشبكي للمشروع باستخدام طريقة النشاط على السهم (AOA)، حيث سنستخدم الوقت المبكر لكل حدث، لذلك فإن الصيغة العامة لنموذج البرمجة الخطية الخاص بشبكات الأعمال هي على النحو الأتي:

$$\text{Minimize } Z = \sum_i X_i$$

Subject to:

$X_j - X_i \geq t_{ij}$, **for all activities** $i \rightarrow j$

$X_i, X_j \geq 0$

حيث:

X_i: الوقت المبكر للحدث (i).

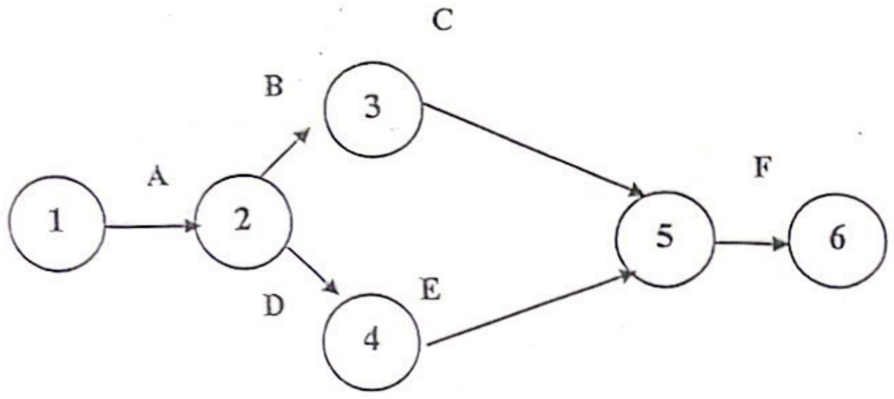
X_j: الوقت المبكر للحدث (j).

t_{ij}: وقت النشاط $i \rightarrow j$

لنأخذ مثال مشروع بناء نظام معلومات، حيث كان المخطط الشبكي للمشروع باستخدام طريقة النشاط على السهم (AOA)، على النحو الأتي

النشاط	الحدث	وقت النشاط (يوم)
A	$1 \rightarrow 2$	6
B	$2 \rightarrow 3$	7
C	$3 \rightarrow 5$	6
D	$2 \rightarrow 4$	1
E	$4 \rightarrow 5$	9
F	$5 \rightarrow 6$	6

الشكل (9) المخطط الشبكي لمشروع تطوير نظام معلومات باستخدام طريقة (AOA)



إن نموذج البرمجة الخطية لشبكة الأعمال في الشكل (8) هو:

$$\text{Minimize } Z = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6$$

Subject to:

$X_2 - X_1 \geq 6$

$X_3 - X_2 \geq 7$

$X_5 - X_3 \geq 6$

$X_4 - X_2 \geq 1$

$X_5 - X_4 \geq 9$

$X_6 - X_5 \geq 6$

$X_i, X_j \geq 0$

Scanned with CamScanner

9.8 صياغة نموذج البرمجة الخطية لتعجيل المشروع

يختلف نموذج البرمجة الخطية الخاص بتعجيل المشروع عن نموذج البرمجة الخطية الخاص بشبكة الأعمال، إذ يعد نموذج البرمجة الخطية الخاص بتعجيل المشروع أطول وأكثر تعقيد.

الهدف من نموذج البرمجة الخطية الخاص بتعجيل المشروع هو تقليل تكلفة التعجيل، إذا ما أعطيت حدود التعجيل (التخفيض) لكل نشاط. كنتيجة لذلك فإن صياغة النموذج العام للبرمجة الخطية يجب توسعتها لتتضمن تكلفة ووقت التعجيل. سنستمر في تعريف أزمنة الحدث المبكرة للنشاط $i \rightarrow j$ بأنها X_i، وX_j ، كما زمن التعجيل للنشاط $i \rightarrow j$ بالمتغير Y_{ij}. لذلك فإنه يمكن تعريف متغيرات القرار على النحو الأتي:

X_i: الوقت المبكر للحدث (i).

X_j: الوقت المبكر للحدث (j).

Y_{ij} : وقت التعجيل (التخفيض) المتاح للنشاط $i \rightarrow j$.

الهدف من تعجيل المشروع هو تخفيض فترة المشروع إلى أقل تكلفة تعجيل ممكنة. وبتطبيق ذلك على مثال مشروع تطوير نظام معلومات، تكتب دالة الهدف على النحو-الأتي:

$$\text{Minimize } Z = 150\,Y_{12} + 75\,Y_{23} + 50\,Y_{24} + 0\,Y_{35} + 100\,Y_{45} + 300\,Y_{56}$$

إن معاملات متغيرات القرار في دالة الهدف هي ميل التكلفة لكل نشاط. أما القيود فهي على النحو الأتي:

$$Y_{12} \le 1$$
$$Y_{23} \le 1$$
$$Y_{24} \le 2$$
$$Y_{35} \le 0$$
$$Y_{45} \le 2$$
$$Y_{56} \le 2$$

على سبيل المثال، القيد الأول يشير إلى أن فترة تعجيل النشاط $2 \rightarrow 1$ لا يمكن أن تتجاوز يوم واحد.

المجموعة الثانية من القيود يجب أن تعبر رياضياً عن العلاقة بين أزمنة الحدث المبكرة لكل نشاط في شبكة الأعمال، أي يجب أن نعكس حقيقة أزمنة النشاط يمكن تعجيلها بالمقدار Y_{ij}. عودة إلى قيد النشاط $2 \rightarrow 1$ في الصياغة العامة لنموذج البرمجة الخطية لشبكة الأعمال، حيث كان على النحو الأتي:

$$X_2 - X_1 \ge 6$$

ويمكن إعادة صياغة القيد على النحو الأتي:

$$X_1 + 6 \le X_2$$

ويشير هذا إلى أن الوقت المبكر للحدث الأول X_1، زائداً الوقت العادي للنشاط لا يمكن أن تتجاوز الوقت المبكر للحدث الثاني X_2. لعكس حقيقة أنه يمكن تعجيل النشاط، من الضروري أن نقوم فقط بطرح حد التعجيل من الطرف الأيسر للقيد المعادة صياغته، وعلى النحو الأتي

$$X_1 + 6 - Y_{12} \le X_2$$

إن القيد المعدل هذا يشر إلى أن الوقت المبكر للحدث الثاني (X_2) تم تحديده ليس فقط من خلال الوقت المبكر للحدث الأول X_1، زائداً الوقت العادي للنشاط، لكن أيضا من خلال حد التعجيل. وبتطبيق ذلك على أنشطة شبكة الأعمال، نحصل على الأتي:

$$X_2 + 6 - Y_{23} \le X_3$$
$$X_3 + 7 - Y_{35} \le X_5$$
$$X_2 + 6 - Y_{24} \le X_4$$
$$X_4 + 1 - Y_{45} \le X_5$$
$$X_5 + 9 - Y_{56} \le X_6$$

Scanned with CamScanner

أخيراً، يجب الإشارة إلى فترة المشروع المطلوب الوصل إليها بعد عملية التعجيل. افترض بأن الشركة ترغب في تسريع المشروع من 25 يوم إلى 22 يوم، يشير القيد الذي يحدد الوقت المبكر للحدث الأخير إلى أن الوقت المبكر للحدث الأخير لا يمكن أن يتجاوز 22 يوم، ويتم التعبير عن ذلك على النحو الآتي:

$X_6 \leq 22$

وفيما يلي الصياغة الكاملة لنموذج البرمجة الخطية الخاص بتعجيل المشروع:

Minimize $Z = 150\ Y_{12} + 75\ Y_{23} + 50\ Y_{24} + 0\ Y_{35} + 100\ Y_{45} + 300\ Y_{56}$

Subject to:

$Y_{12} \leq 1$

$Y_{23} \leq 1$

$Y_{24} \leq 2$

$Y_{35} \leq 0$

$Y_{45} \leq 2$

$Y_{56} \leq 2$

$Y_{12} + X_2 - X_1 \geq 6$

$Y_{23} + X_3 - X_2 \geq 7$

$Y_{35} + X_5 - X_3 \geq 6$

$Y_{24} + X_4 - X_2 \geq 1$

$Y_{45} + X_5 - X_4 \geq 9$

$Y_{56} + X_6 - X_5 \geq 6$

$X_6 \leq 22$

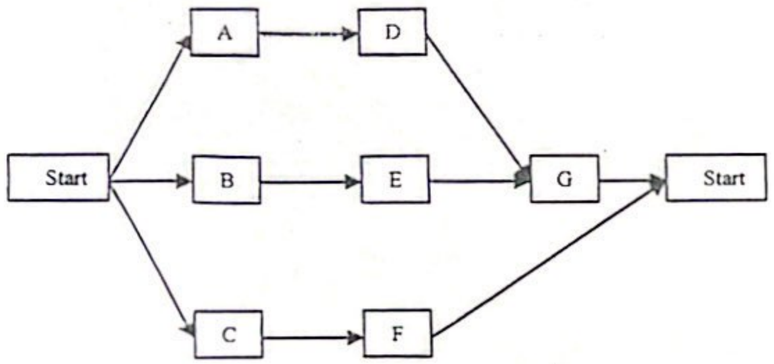
$X_i, Y_{ij} \geq 0$

ولحل هذا النموذج نحتاج إلى استخدام الحاسوب، ويوجد العديد من البرمجيات الجاهزة التي يمكن الاستعانة بها لحل مثل هذه النماذج المعقدة.

10.8 تمارين محلولة

1. يتطلب تطوير منتج سبعة أنشطة رئيسة، الجدول التالي يبين الأزمنة التقديرية (بالأيام) لإنجاز المشروع، و يبين الشكل التالي المخطط الشبكي للمشروع، أجب عن الأسئلة: 1- 6

Activity	Normal Time	Crash Time	Normal Cost	Crash Cost
A	4	3	2000	2600
B	2	1	2200	2800
C	3	3	500	500
D	8	4	2300	2600
E	6	3	900	1200
F	3	2	3000	4200
G	4	2	1400	2000



1. أنشطة المسار الحرج هي: A-D-G
2. الزمن المتوقع لإنجاز المشروع يساوي: 16 يوم
3. ما هو مجموع تكاليف إكمال المشروع في الوقت العادي له: 12300
4. إذا أردنا تخفيض زمن المشروع يوم واحد فقط، ما هي الأنشطة التي سيتم تعجيلها: D
5. ما مقدار ميل التكلفة للنشاط A: 600
6. ما هو أقصى مقدار ممكن لتخفيض زمن النشاط E: 3 أيام

Scanned with CamScanner