نظريات في النهايات(٢) :

مثال (١): جد $\lim_{س \to ٤} [٠٫٥ س]$

الحل : نعيد تعريف اقتران أكبر عدد صحيح بالخطوات الاتية :

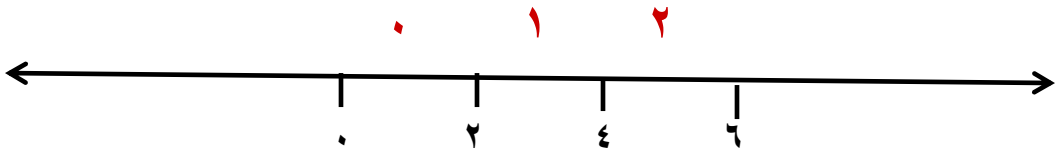
١- طول الفترة = $\frac{١}{|٠٫٥|} = \frac{١}{٠٫٥} = ٢$

٢- نختار نقطة اسناد تتلاءم مع ما هو مطلوب في السؤال ايجاد اكبر عدد صحيح عندها

ولتكن = صفر

٣- ملاحظة :

(اذا كانت اشارة معامل س موجبة فان صورة الاعداد الصحيحة تكون ايضا للفترة التي بعدها . أما اذا كانت اشارة معامل س سالبة فان صورة الاعداد الصحيحة تكون للفترة التي قبلها)



$\lim_{س \to ٤^+} [٠٫٥ س] = \lim_{س \to ٤^+} ٢ = ٢$

$\lim_{س \to ٤^-} [٠٫٥ س] = \lim_{س \to ٤^-} ١ = ١$

بما ان النهاية من اليمين لا تساوي النهاية من اليسار عندما س $\longrightarrow$ ٤ ،

$\longleftarrow$ $\lim_{س \to ٤} [٠٫٥ س]$ غير موجودة

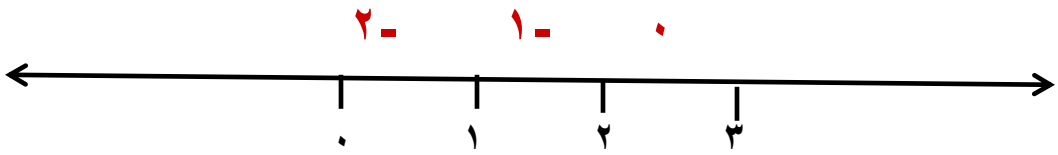
ملاحظة: * اذا كان التعويض المباشر في اقتران أكبر عدد صحيح يعطي ناتجا عدد صحيح فالنهاية غير موجودة.

* اذا كان التعويض المباشر في اقتران أكبر عدد صحيح يعطي ناتجا عدد غير صحيح فالنهاية موجودة.

مثال (٢): جد كلا من النهايات الآتية:

١) $\lim_{س \to ١} [س - ٢]$

الحل : اعاده التعريف : طول الفترة = $\frac{١}{|١|} = \frac{١}{١} = ١$



$$\lim_{س \to ١^+} [س - ٢] = \lim_{س \to ١^+} ١ - = ١ -$$

$$\lim_{س \to ١^-} [س - ٢] = \lim_{س \to ١^-} ٢ - = ٢ -$$

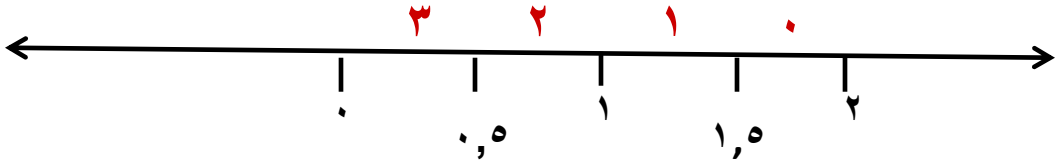
بما ان النهاية من اليمين لا تساوي النهاية من اليسار عندما س $\longrightarrow$ ١ ،

$\longleftarrow$ $\lim_{س \to ١} [س - ٢]$ غير موجودة

٢) $\lim_{س \to ١,٥} [٤ - ٢س]$

الحل : نقوم باعادة التعريف لاقتران أكبر عدد صحيح

طول الفترة = $\frac{١}{|-٢|} = \frac{١}{٢} = \frac{١}{٢}$



بما ان معامل س عدد سالب ، فان الاقتران متناقص

$$\text{نهـــا}_{س \to ١ + ٠,٥} [٤ - ٢س] = \text{نهـــا}_{س \to ١ + ٠,٥} ٠ = ٠$$

$$\text{نهـــا}_{س \to ١ - ١,٥} [٤ - ٢س] = \text{نهـــا}_{س \to ١ - ٠,٥} ١ = ١$$

بما ان النهاية من اليمين لا تساوي النهاية من اليسار عندما س ⟵ ١,٥ ،

⟵ $\text{نهـــا}_{س \to ١,٥} [٤ - ٢س]$ غير موجودة

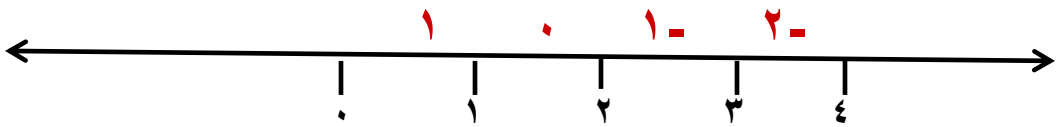
مثال (٣) : اذا كان ق(س) = $[٢ - س]$ ، أجب عن كل مما يلي :

١) جد قيم أ التي تجعل $\text{نهـــا}_{س \to أ} ق(س)$ غير موجودة

٢) جد قيم جـ التي تجعل $\text{نهـــا}_{س \to جـ} ق(س) = -١$

الحل :

طول الفترة = $\frac{١}{|-١|} = \frac{١}{١} = ١$



١) تكون $\lim_{س \to ا} ق(س)$ غير موجودة عند حدود الفترات ، أي عندما ا ∈ ص

٢) تكون $\lim_{س \to جـ} ق(س) = -١$ عندما جـ ∈ (٢،٣)

مثال (٤): جد $\lim_{س \to ٤} \sqrt{س - ٤}$

الحل : نجد المجال : $س - ٤ \geq ٠$ ⟵ $س \geq ٤$

$\lim_{س \to ٤^+} \sqrt{س - ٤} = ٠$ ، $\lim_{س \to ٤^-} \sqrt{س - ٤}$ غير موجودة (لان االاقتران غير معرف للقيم اصغر من ٤)

⟵ $\lim_{س \to ٤} \sqrt{س - ٤}$ غير موجودة

مثال (٥): جد كلا من النهايات الآتية:

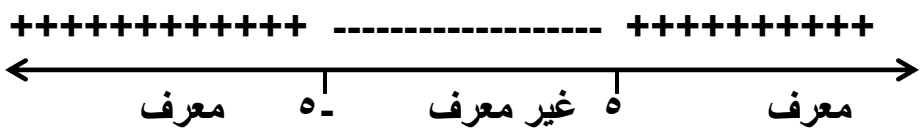
١) $\lim_{س \to ٥} \sqrt{س^٢ - ٢٥}$

الحل : نجد المجال :

$س^٢ - ٢٥ \geq ٠$ ⟵ $س^٢ - ٢٥ = ٠$ ⟵ $(س - ٥)(س + ٥) = ٠$

⟵ س = ٥ أو س = -٥

الاقتران معرف فقط عندما اشارة ق(س) موجبة



$\lim_{س \to ٥^+} \sqrt{س^٢ - ٢٥} = ٠$ ، (بالتعويض المباشر)

$\lim_{س \to -٥} \sqrt{س^{٢} - ٢٥}$ غير موجودة (لأنها لا تنتمي للمجال)

$\lim_{س \to ٥} \sqrt{س^{٢} - ٢٥}$ ← غير موجودة

٢) $\lim_{س \to -٧} \sqrt{س^{٢} - ٢٥}$

$-٧ \in$ المجال وليست نقطة تحول لذلك نجد النهاية عندها بالتعويض المباشر

$\lim_{س \to -٧} \sqrt{س^{٢} - ٢٥} = \sqrt{٤٩ - ٢٥} = \sqrt{٢٤} = ٢\sqrt{٦}$

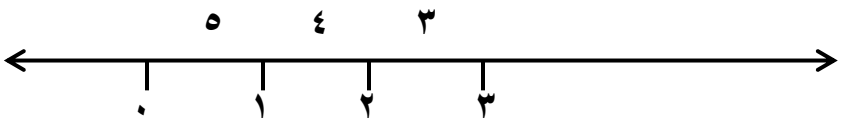
مثال (٥): اذا كان ق(س) = $\begin{cases} |س - ٢| & ، \ س \leq ٢ \\ [٦ - س] & ، \ س > ٢ \end{cases}$

جد $\lim_{س \to ٢}$ ق(س)

الحل:

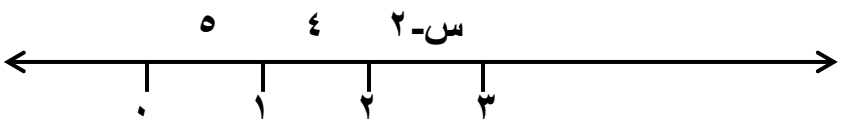
نعيد تعريف الاقتران $[٦ - س]$

طول الفترة = $\frac{١}{|-١|} = ١$



نعيد تعريف الاقتران $|س - ٢|$ = $\begin{cases} س - ٢ & ، \ س \leq ٢ \\ ٢ - س & \ \ \ س > ٢ \end{cases}$

ق(س) =



$$\lim_{س \to ٢^+} ق(س) = ٢ - ٢ = ٠$$

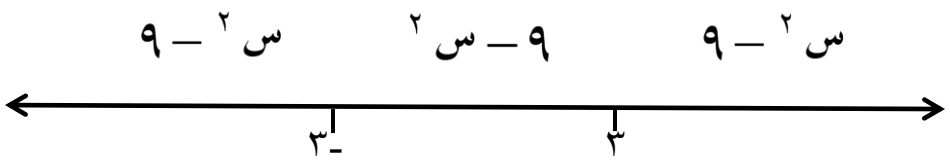
$$\lim_{س \to ٢} ق(س) \longleftarrow \lim_{س \to ٢^+} ق(س) \text{ غير موجودة}$$

$$\lim_{س \to ٢^-} ق(س) = ٤$$

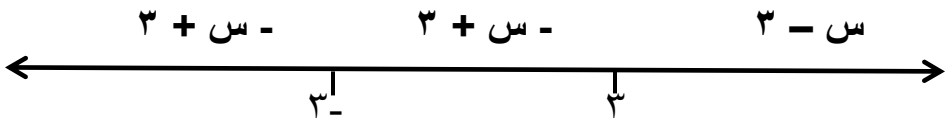
مثال (٦): أجد $\lim_{س \to ٣} (|س^٢ - ٩| + |س - ٣|)$

الحل : نعيد تعريف الاقتران ق(س)

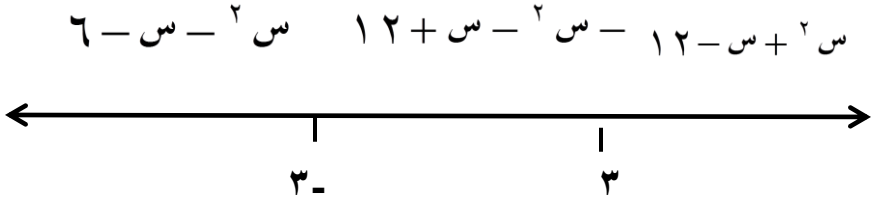
١) $|س^٢ - ٩|$: $س^٢ - ٩ = ٠$ ⟵ $(س-٣)(س+٣)=٠$



٢) $|س - ٣|$: $س - ٣ = ٠$ ⟵ $س = ٣$



٣) $|س^٢ - ٩| + |س - ٣|$



$$\lim_{س \to ٣^+} (|س^٢ - ٩| + |س - ٣|) = \lim_{س \to ٣^+} س^٢ + س - ١٢ = ٠$$

$$\lim_{س \to ٣} ق(س) = ٠ \longleftarrow$$

$$\lim_{س \to ٣^-} (|س^٢ - ٩| + |س - ٣|) = \lim_{س \to ٣^-} - س^٢ - س + ١٢ = ٠$$