5.7 مسائل محلولة بطريقة السمبلكس الجبرية
Solved problems using algebraic simplex method

1. باستخدام طريقة السمبلكس اوجد قيم X_1، X_2 التي تعظم الدالة $f(x) = 2X_1 + X_2$ بشرط ان:

$$3X_1 + 2X_2 \leq 18$$
$$X_1 + X_2 \leq 8$$

وان

$$X_1 \geq 0$$
$$X_2 \geq 0$$

ثم **اختبر** الحل بيانيا.

الحل:

I. نحول القيود الى معادلات باضافة متغيرات غير سالبة هي X_3، X_4 فتصبح.

$$\left.\begin{aligned} 3X_1 + 2X_2 + X_3 &= 18 \\ X_1 + X_2 + X_4 &= 8 \end{aligned}\right\} \ldots\ldots(1)$$

II. نجد الحل المبدئي الاساسي الممكن وذلك بجعل المتغيرات المتممة متغيرات اساسية.

$$\left.\begin{aligned} X_1 &= 0 \\ X_2 &= 0 \end{aligned}\right\} \text{ متغيرات غير اساسية}$$

III. نكتب المتغيرات الاساسية ودالة الهدف بدلالة المتغيرات غير الاساسية.

$$\left.\begin{aligned} X_3 &= 18 - 3X_1 - 2X_2 \\ X_4 &= 8 - X_1 - X_2 \end{aligned}\right\} \text{.....(2)}$$

$$\left.f(x) = 2X_1 + X_2\right\} \text{.....(3)}$$

ويكون الحل المبدئي هو:

$X_1 = 0 \ , \ X_2 = 0$ متغيرات غير اساسية

$X_3 = 18 \ , \ X_4 = 8$ متغيرات اساسية

$f(x) = 0$

IV. نختبر الحل بالرجوع الى معادلة دالة الهدف (3)، بما ان X_1،X_2 موجبة، ∴ هذا الحل ليس امثلا.

V. نبحث عن حل اخر افضل

المتغير الداخل: هو صاحب اكبر معامل موجب في دالة االهدف فيكون هو X_1

المتغير الخارج: هو الذي يصل الصفر اولا مع زيادة X_1

$$\left\{\text{مازال } X_2 = 0\right\} \quad \begin{matrix} X_1 = 6 \text{ عندما } X_3 = 0 \\ X_1 = 8 \text{ عندما } X_4 = 0 \end{matrix}$$

X_3 هو المتغير الخارج

في الحل الجديد

X_2 ، X_3	متغيرات غير اساسية
X_4 ، X_1	متغيرات اساسية

نعبر عن المتغيرات الاساسية ودالة الهدف بدلالة المتغيرات غير الاساسية:

$$\left.\begin{aligned} X_1 &= 6 - 2/3X_2 - 1/3X_3 \\ X_4 &= 8 - (6-2/3X_2 - 1/3X_3) - X_2 \\ &= 2 - 1/3X_2 + 1/3X_3 \end{aligned}\right\} \quad \text{.....(4)}$$

$$\left.\begin{aligned} f(x) &= 2(6 - 2/3X - 1/3X_3) + X_2 \\ &= 12 - 1/3X_2 - 1/3X_3 \end{aligned}\right\} \quad \text{.....(5)}$$

∴ الحل الجديد هو

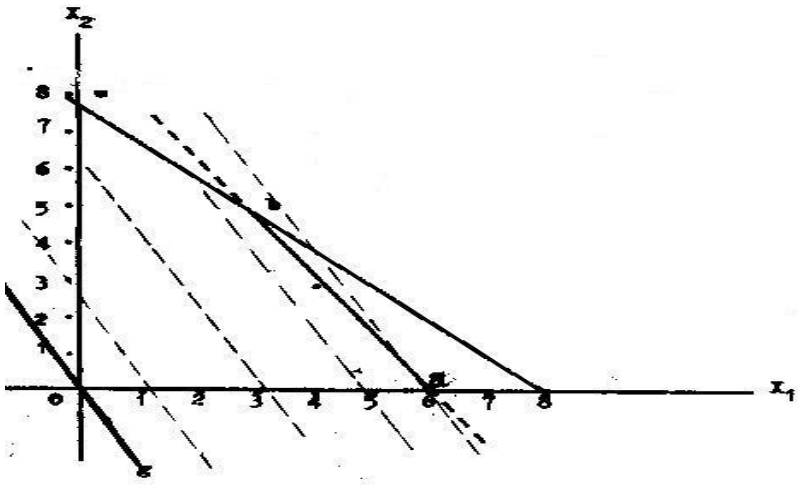
متغيرات غير اساسية $X_3 = 0 \ , \ X_2 = 0$

متغيرات اساسية $X_1 = 6 \ , \ X_4 = 2$

$f(x) = 12$

نختبر الحل فنجده امثلا لان معاملات المتغيرات في دالة الهدف جميعها سالبة.

اختبار الحل بيانيا:



بتحريك المستقيم الممثل لاتجاه الدالة fg بشكل مواز لنفسه تكون النقطة a هي اخر نقطة يلامسها.

$$a = (6 , 0)$$

تكون

$$X_1 = 6$$
$$X_2 = 0$$
$$f(x) = 12$$

2. باستخدام طريقة السمبلكس حل السؤال الثالث من اسئلة الفصل الاول.

الحـل:

بعد تكوين النموذج الرياضي وهو:

ايجاد قيم X_1، X_2 التي تعظم الدالة $f(x) = 10X_1 + 20X_2$ بشرط ان:

$$2X_1 + X_2 \leq 20$$
$$2X_1 + 3X_2 \leq 30$$

وان

$$X_1 \geq 0$$
$$X_2 \geq 0$$

- نحول القيود الهيكلية الى معادلات باضـــافة متغيرات متممة غير ســـالبة وهي X_3، X_4

فتصبح كمايلي:

$$\left.\begin{array}{l} 2X_1 + X_2 + X_3 \quad = 20 \\ 2X_1 + 3X_2 + \quad X_4 = 30 \end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

– نجد الحل المبدئي وذلك بجعل المتغيرات المتممة متغيرات اساسية فتكون:

$$\text{متغيرات غير اساسية} \begin{cases} X_1 = 0 \\ X_2 = 0 \end{cases}$$

$$\text{متغيرات اساسية} \left\{\begin{array}{l} X_3 = 20 - 2X_1 - X_2 \\ X_4 = 30 - 2X_1 - 3X_2 \end{array}\right\} \quad \textbf{.....(2)}$$

$$f(x) = 10X_1 + 20X_2 \quad \textbf{.....(3)}$$

فيكون الحل المبدئي

$X_1 = 0 \ , \ X_2 = 0$

$X_3 = 20 \ , \ X_4 = 30$

$f(x) = 0$

نختبر الحل فنجده غير امثل لكون X_1، X_2 موجبه في دالة الهدف(3) **لنبحث عن حل افضل:**

المتغير الداخل : هو X_2 لانه صاحب اكبر معامل موجب في دالة الهدف

المتغير الخارج: $X_2 = 20$ عندما $X_3 = 0$

$X_2 = 10$ عندما $X_4 = 0$

X_4 هو المتغير الخارج

في الحل الجديد:

X_1 ، X_4 متغيرات غير اساسية

X_2 ، X_3 متغيرات اساسية

نكتب المتغيرات الاساسية ودالة الهدف بدلالة المتغيرات غير الاساسية فمن (2)

$$X_2 = 10 - 2/3X_1 - 1/3X_4$$
$$X_3 = 20 - 2X_1 - (10 - 2/3X_1 - 1/3X_4)$$
$$= 10 - 4/3X_1 + 1/3X_4 \quad \text{.....(4)}$$

$$f(x) = 10X_1 + 20(10 - 2/3X_1 - 1/3X_4)$$
$$200 - 10/3\ X_1 - 20/3X_4 \quad \text{.....(5)}$$

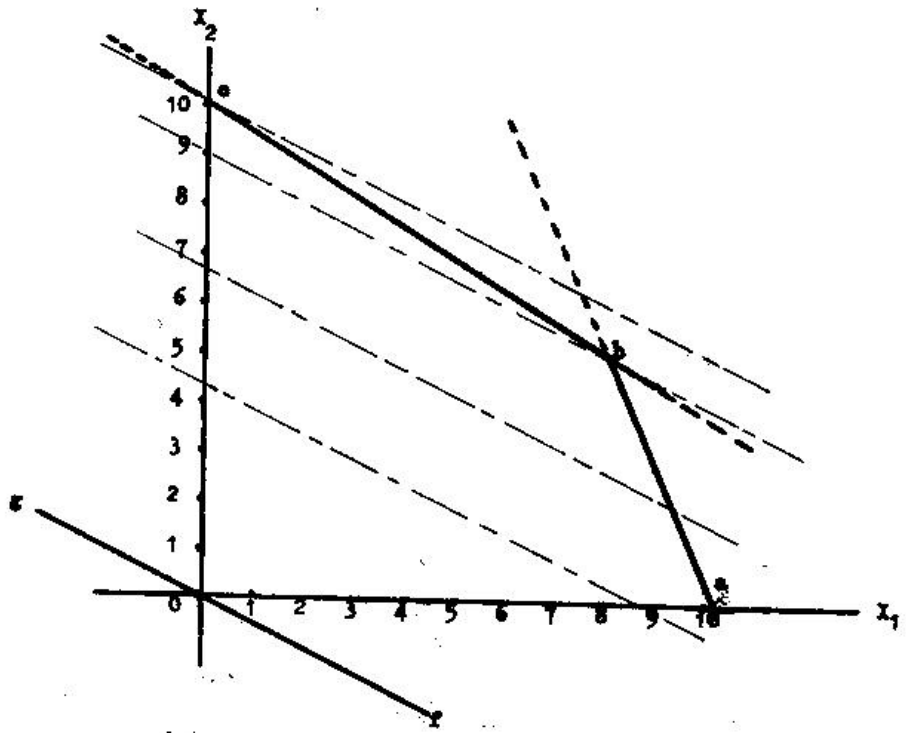
الحل الجديد هو:

$X_4 = 0$, $X_1 = 0$ (متغيرات غيراساسية)

$X_3 = 10$, $X_2 = 10$ (متغيرات اساسية)

$f(x) = 200$

باختبار الحل نجد انه حل امثل لان المعاملات سالبة في دالة الهدف (5)



بتحريك المســـتقيم fg الذي يمثل دالة الهدف تكون النقطة C هي اخر نقطة يلامســـها في المضـــلع Oabc وتكون نقطة النهاية العظمى.

$$C = (x1 = 0 \ , \ x2 = 10)$$

وتكون عندها

$$f(x) = 200$$

الفصل الثامن

طريقة السمبلكس (SIMPLEX)

القسم الثاني

درسنا في الفصل السابق طرق تطبيق طريقة السمبلكس في مسائل البرمجة الخطية ذات القيود الهيكلية من نوع اقل من او تساوي، في هذا الفصل سندرس طرق استخدام طريقة السمبلكس لحل المسائل التي تحتوي على قيود هيكلية من النوع اكبر من او تساوي ومن النوع تساوي ومن النوع المزيج او الخليط من الانواع الثلاثة.

1.8 حل مســـائل البرمجة الخطية ذات القيود الهيكلية من النوع اكبر من او تساوي

Solve linear programming problems with structural constraints of type greater than or equal to

نفرض ان المطلوب هو ايجاد النهاية الصغرى(او الكبرى) للدالة :

$$f(x) = C_1X_1 + C_2X_2 \quad \text{.....(1)}$$

بشرط ان:

$$\left.\begin{array}{l} a_{11}X_1 + a_{12}X_2 \geq b_1 \\ a_{21}X_1 + a_{22}X_2 \geq b_2 \\ a_{31}X_1 + a_{32}X_2 \geq b_3 \end{array}\right| \quad \text{.....(2)}$$

وان

$$X_1 \geq 0$$
$$X_2 \geq 0$$