# الوحدة الاولى ( الأعداد المركبة)

**عندما تم تعريف الأعداد الطبيعية ثم الصحيحة والحقيقية، وجد قصور في نظام الأعداد الحقيقة حيث أننا لا نستطيع إيجاد حلول للمعادلات كافة باستخدام هذا النظام وخاصة المعادلات التربيعية التي يكون مميزها سالبا، لان الجذر التربيعي للعدد السالب في هذا النظام غير معرف.**

**لذلك قام العالم كاردانو بتعريف نظام جديد في محاولة لإيجاد حلول للمعادلة التربيعية بشكل عام. فقام كاردانو بتعريف عدد جديد وهو ت = $\sqrt{-١}$ ، ثم قام بتعريف نظام جديد للأعداد اسمها الأعداد المركبة ورمز لها الرمز( ك ).**

**<u>مثال</u>: لإيجاد مجموعة حل المعادلة س$^{٣}$ + س = صفر في ك،**

**س$^{٣}$ + س = صفر ---------> س(س$^{٢}$ + ١ ) = صفر**

**---------> إما س= صفر**

**أو س$^{٢}$ + ١ = صفر -------> س$^{٢}$ = -١ ------> س = $\pm\sqrt{-١}$**

**← س = ± ت**

**← مجموعة الحل = { ٠، ت ، - ت }**

**<u>تعريف</u>: العدد المركب هو مقدار جبري على الشكل ع = س + ص ت ، حيث س، ص ∈ ح**

**ت = $\sqrt{-١}$ ، ويسمى (س) الجزء الحقيقي للعدد المركب، و ( ص) الجزء التخيلي للعدد المركب .**

**ويركز لمجموعة الأعداد المركبة بالرمز ( ك ).**

**<u>مثال</u> : جد الجزء الحقيقي والجزء التخيلي لكل من الأعداد المركبة الآتية:**

**١) ع = ٤ – ت**      **٣) ع = $\frac{١}{٢}$**      **٥) ع = $\sqrt{-١٢}$**

**٢) ع = $\frac{ت+\sqrt{٢}}{٢}$**      **٤) ع = ٢ ت**

**<u>الحل</u> :**

**١) الجزء الحقيقي هو ٤ ، والجزء التخيلي هو -١**

**٢) الجزء الحقيقي هو $\frac{\sqrt{٢}}{٢}$ ، والجزء التخيلي هو $\frac{١}{٢}$**

**٣) الجزء الحقيقي هو $\frac{١}{٢}$ ، والجزء التخيلي هو صفر**

**٤) الجزء الحقيقي هو صفر، والجزء التخيلي هو ٢**

**٥) في العدد المركب $\sqrt{-١٢} = \sqrt{٤ \times ٣ \times -١} = ٢\sqrt{٣}$ ت**

**الجزء الحقيقي هو صفر ، والجزء التخيلي هو $٢\sqrt{٣}$**

**ملاحظة : يكون العدد المركب ع = س - ص ت**

**١) حقيقيا إذا كانت ص = صفر**

**٢) تخيليا إذا كانت س = صفر**

**٣) يساوي صفرا إذا كانت س ، ص = صفر**

---

**نعلم من تعريف العدد المركب أن ت = $\sqrt{-١}$**

**$\longleftarrow$ ت$^{٢}$ = $(\sqrt{-١})^{٢}$ = - ١**

**$\longleftarrow$ ت$^{٣}$ = ت$^{٢}$ $\times$ ت = - ١ ت = - ت**

**$\longleftarrow$ ت$^{٤}$ = ت$^{٢}$ $\times$ ت$^{٢}$ = - ١ $\times$ -١ = ١**

**بشكل عام إذا كانت ن $\in$ ص$^+$ ، فإن:**

**ت$^{ن}$ = ت$^{م}$ حيث م هي باقي قسمة ن على ٤**

**<u>مثال</u> : جد قيمة ت$^{٩٩}$ ، ت$^{-٤ن+٢}$ ، $\frac{١}{ت^{٢٢}}$**

**الحل: ١) ت$^{٩٩}$ = ت$^{٣}$ ( لان ٩٩ $\div$ ٤ = ٢٤ والباقي ٣) = - ت**

**٢) ت$^{-٤ن+٢}$ = ت$^{-٤ن}$ $\times$ ت$^{٢}$ = ت$^{٢}$ = -١**

**٣) $\frac{١}{ت^{٢٢}}$ = $\frac{١}{ت^{٢}}$ ( لأن ٢٢ $\div$ ٤ = ٥ والباقي ٢)**

**= $\frac{١}{-١}$ = -١**

---

## <u>تساوي عددين مركبين</u>

**<u>تعريف</u>: يتساوى العددان المركبان ع$_{١}$ = س$_{١}$ + ص$_{١}$ ت ، ع$_{٢}$ = س$_{٢}$ + ص$_{٢}$ ت**

**إذا وفقط إذا كان لهما الجزء الحقيقي نفسه والجزء التخيلي نفسه، أي أن:**

**س$_{١}$ = س$_{٢}$ و ص$_{١}$ = ص$_{٢}$**

**<u>مثال</u>: اذا كان ٢س + ٣ت = ( ص + س) + ص ت ، جد كل من قيمة س، ص.**

**<u>الحل</u> : بما أن العددين متساويين ⟵ ٢س = س+ ص ........... (١)**

**و ٣ = ص وبتعويض قيمة ص في المعادلة رقم (١) ينتج أن ٢س = س + ٣**

**⟵ ٢س – س = ٣ ⟵ س = ٣**

## جمع الأعداد المركبة وطرحها :

**تعريف:** إذا كان ع$_{1}$ = س$_{1}$ + ص$_{1}$ ت ، ع$_{2}$ = س$_{2}$ + ص$_{2}$ ت ، فإن :

ع$_{1}$ + ع$_{2}$ = ( س$_{1}$ + س$_{2}$ ) + ( ص$_{1}$ + ص$_{2}$ ) ت

**مثال (١):** إذا كان ع$_{1}$ = ٢ – ٣ت ، ع$_{2}$ = ٣ – ٤ت ، جد ناتج ع$_{1}$ + ع$_{2}$

**الحل :** ع$_{1}$ + ع$_{2}$ = ( ٢ + ٣ ) + ( - ٣ + - ٤ ) ت

= ٥ – ٧ ت

**مثال (٢) :** إذا كان ع$_{1}$ = ٣ – ت ، ع$_{2}$ = ١ + ٢ ت ، ع$_{3}$ = -٥ ت

جد ١) ع$_{1}$ - ع$_{2}$ ٢) (ع$_{1}$ + ع$_{2}$ ) - ع$_{3}$

**الحل :** ١) ع$_{1}$ - ع$_{2}$ = ( ٣ – ت ) – (١ + ٢ ت ) = (٣ - ١) + (-١ -٢) ت = ٢ -٣ ت

٢) (ع$_{1}$ + ع$_{2}$ ) - ع$_{3}$ = [ ( ٣ – ت ) + (١ + ٢ ت ) ] - ( - ٥ ت )

= [ (٣ + ١) + (-١ +٢) ت ] - ( - ٥ ت )

= (٤ + ت ) – ( - ٥ ت )

= ( ٤ – ٠ ) + ( ١ - - ٥ ) ت = ٤ + ٦ ت

## ضرب الأعداد المركبة:

**تعريف:** إذا كان ع$_{١}$ = س$_{١}$ + ص$_{١}$ ت ، ع$_{٢}$ = س$_{٢}$ + ص$_{٢}$ ت ،

بحيث س$_{١}$، ص$_{١}$ ، س$_{٢}$ ، ص$_{٢}$ $\in$ ح فإن :

ع$_{١}$ $\times$ ع$_{٢}$ = ( س$_{١}$ س$_{٢}$ - ص$_{١}$ ص$_{٢}$) + (س$_{١}$ ص$_{٢}$ + س$_{٢}$ ص$_{١}$ ) ت

وكذلك إذا كانت جـ $\in$ ح $\longleftarrow$ جـ ( س + ص ت ) = جـ س + جـ ص ت

---

**مثال (١) :** جد ناتج ما يلي :

١) ( ٣ + ت ) ( ٢ - ٥ ت )

٢) ت ( ت + ٥ ) ( ٣ – ت$^{٥}$ )

**الحل:** ١) ( ٣ + ت ) ( ٢ - ٥ ت ) = (٣ $\times$ ٢ – ١ $\times$ -٥) + (٣ $\times$ -٥ + ١ $\times$ ٢) ت

= (٦- -٥) + ( -١٥ +٢) ت

= ١١ + -١٣ ت = ١١ – ١٣ ت

٢) ت ( ت + ٥ ) ( ٣ – ت$^{٥}$ ) = (ت$^{٢}$ + ٥ت) (٣ – ت )= (-١ +٥ت) (٣ – ت )

= (-١ $\times$ ٣ – ٥ $\times$ -١) + (-١ $\times$ -١ + ٥ $\times$ ٣) ت

= (-٣ – -٥ ) + ( ١+ ١٥) ت

= ٢ + ١٦ ت

**<u>مثال (٢):</u> إذا كان ع$_{١}$ = ٣ + ٥ت، وكان ع$_{٢}$ = ٦ – ٥ ت ، جد ما يلي :**

**١) ٥ ع$_{١}$          ٣) ٣ع$_{٢}$ + ٥ع$_{١}$ – ٢ ت**

**٢) م حيث ٤ – ت ع$_{١}$ = م ( ت – ٣ ) ، م ∈ ح**

**<u>الحل :</u>**

**١) ٥ ع$_{١}$ = ٥(٣ + ٥ ت) = ١٥ + ٢٥ ت**

**٢) ٤ – ت ع$_{١}$ = ٤ – ت ( ٣ + ٥ت)**

**= ٤ – ٣ ت – ٥ ت$^{٢}$ = ٤ – ٣ ت – ٥ × -١ = ٤ – ٣ ت +٥**

**= ٩ – ٣ ت**

**← ٩ – ٣ ت = م ( ت – ٣ ) = م ت – ٣ م**

**← -٣ ت = م ت ← م = -٣**

**٣) ٣ع$_{٢}$ + ٥ع$_{١}$ – ٢ ت = ٣ ( ٦ – ٥ ت) + ٥ ( ٣ + ٥ ت ) – ٢ ت**

**= [ ( ١٨ – ١٥ ت ) + (١٥ + ٢٥ ت) ] – ٢ ت**

**= [ (١٨ + ١٥) + ( - ١٥ + ٢٥ ) ت ] – ٢ ت**

**= (٣٣ + ١٠ ت ) – ٢ ت**

**= ٣٣ + ٨ ت**