<u>نظرية ديموافر:</u> إذا كان ع عدد مركب مكتوب بالصورة القطبية

ع = ر(جتا(هـ) + جا(هـ) ت)

فإن $ع^{ن} = ر^{ن}\left(\text{جتا}(ن\text{هـ})+\text{جا}(ن\text{هـ})ت\right)$

<u>ملاحظة</u> : لا تستخدم نظرية ديموافر إذا كان العدد المركب مكتوب بالصيغة الديكارتية .

<u>مثال (١)</u> :

جد قيمة $\left(٢\left(\text{جتا}\left(\frac{٣\pi}{٨}\right)+\text{جا}\left(\frac{٣\pi}{٨}\right)ت\right)\right)^{٤}$

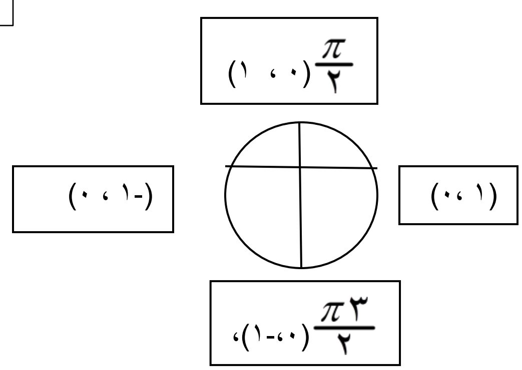
<u>الحل :</u> حسب نظرية ديموافر :

$$\left(٢\left(\text{جتا}\left(\frac{٣\pi}{٨}\right)+\text{جا}\left(\frac{٣\pi}{٨}\right)ت\right)\right)^{٤} = ٢^{٤}\left(\text{جتا}\left(\frac{١٢\pi}{٨}\right)+\text{جا}\left(\frac{١٢\pi}{٨}\right)ت\right)$$

$$= ١٦\left(\text{جتا}\left(\frac{٣\pi}{٢}\right)+\text{جا}\left(\frac{٣\pi}{٢}\right)ت\right)$$

نحول الزاوية الى الدرجات $\boxed{= \frac{٣\times١٨٠}{٢} = ٢٧٠^{\circ}}$

الزاوية عندنا ربعية مباشرة نجد قيم الـ جا و جتا من دائرة



الوحدة حيث $\text{جتا}\frac{٣\pi}{٢} = ٠$ ، $\text{جا}\frac{٣\pi}{٢} = -١$

$\left(٢\left(\text{جتا}\left(\frac{٣\pi}{٨}\right)+\text{جا}\left(\frac{٣\pi}{٨}\right)ت\right)\right)^{٤}$ **= ١٦ (٠ + -١ت) = -١٦ ت**

<u>مثال (٢)</u> : جد قيمة $\left(٢\left(\text{جتا}\left(\frac{٢\pi}{١٥}\right)+\text{جا}\left(\frac{٢\pi}{١٥}\right)\text{ت}\right)\right)^{٥}$

$$\left(٢\left(\text{جتا}\left(\frac{٢\pi}{١٥}\right)+\text{جا}\left(\frac{٢\pi}{١٥}\right)\text{ت}\right)\right)^{٥} = ٢^{٥}\left(\text{جتا}\left(\frac{٢\pi}{٣}\right)+\text{جا}\left(\frac{٢\pi}{٣}\right)\text{ت}\right)$$

بما أن الزاوية $\frac{٢\pi}{٣} < ٢\pi$ **نحول الزاوية الى درجات = ١٢٠**

← **تقع في الربع الثاني ← الجيب <u>موجب</u> وجيب التمام <u>سالب</u> و زاوية الاسناد** $= \pi - ١٢٠ = ٦٠^{\circ}$

$$\text{جتا}\left(\frac{٢\pi}{٣}\right) = -\text{جتا}\left(\frac{\pi}{٣}\right) = \frac{-١}{٢} \quad ، \quad \text{جا}\left(\frac{٢\pi}{٣}\right) = \text{جا}\left(\frac{\pi}{٣}\right) = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$$

$$٢^{٥}\left(\text{جتا}\left(\frac{٢\pi}{٣}\right)+\text{جا}\left(\frac{٢\pi}{٣}\right)\text{ت}\right) = ٣٢\left(\frac{-١}{٢}+\frac{\sqrt{٣}}{٢}\text{ ت}\right) = -١٦ + ١٦\sqrt{٣}\text{ ت}$$

<u>مثال (٣)</u>: جد قيمة $\left(٣\left(\text{جتا}\left(\frac{٥\pi}{١٩}\right)+\text{جا}\left(\frac{٥\pi}{١٩}\right)\text{ت}\right)\right)^{٣}$

<u>الحل</u>: $\left(٣\left(\text{جتا}\left(\frac{٥\pi}{١٩}\right)+\text{جا}\left(\frac{٥\pi}{١٩}\right)\text{ت}\right)\right)^{٣} = ٣^{٣}\left(\text{جتا}\left(\frac{١٥\pi}{١٩}\right)+\text{جا}\left(\frac{١٥\pi}{١٩}\right)\text{ت}\right)$

$$= ٢٧\left(\text{جتا}\left(\frac{١٥\pi}{١٩}\right)+\text{جا}\left(\frac{١٥\pi}{١٩}\right)\text{ت}\right)$$

نسأل انفسنا عادة ٣ اسئلة حتى نحدد كيف نتعامل مع الزاوية

١) هل يوجد اختصار ← اذا كان الجواب لا ، ننتقل للسؤال الثاني

٢) هل قسمة البسط على المقام > ٢π **← إذا كان الجواب لا، ننتقل الى السؤال الثالث**

٣) هل المقام ١،٢،٣،٤،٦ ، إذا كان الجواب لا ← تترك الزاوية على حالها

<u>مثال (٤)</u>: باستخدام نظرية ديموافر جد $(١ - ت)^{١١}$

<u>الحل</u> : لا يمكن استخدام نظرية ديموافر اذا كان العدد المركب على الصيغة الديكارتية

لذلك علينا اولا تحويل العدد المركب الى الصيغة القطبية

ع = ١ ــ ت ، س = ١ ، ص = - ١

ر = $\sqrt{١+١} = \sqrt{٢}$ ، **جتا هـ =** $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ ، **جا هـ =** $\frac{-١}{\sqrt{٢}}$

زاوية الاسناد للزاوية المطلوبة = $\frac{\pi}{٤}$

اين يكون الجيب سالب وجب التمام موجب ⟵ الزاوية تقع في الربع الرابع

⟵ **هـ =** $٢\pi - \frac{\pi}{٤} = \frac{٧\pi}{٤}$

⟵ **ع =** $\sqrt{٢}\left(\text{جتا}\left(\frac{٧\pi}{٤}\right) + \text{جا}\left(\frac{٧\pi}{٤}\right)\text{ت}\right)$

المطلوب $\left(\sqrt{٢}\left(\text{جتا}\left(\frac{٧\pi}{٤}\right) + \text{جا}\left(\frac{٧\pi}{٤}\right)\text{ت}\right)\right)^{١١} = \left(\sqrt{٢}\right)^{١١}\left(\text{جتا}\left(\frac{٧٧\pi}{٤}\right) + \text{جا}\left(\frac{٧٧\pi}{٤}\right)\text{ت}\right)$

$= ٣٢\sqrt{٢}\left(\text{جتا}\left(\frac{٧٧\pi}{٤}\right) + \text{جا}\left(\frac{٧٧\pi}{٤}\right)\text{ت}\right)$

نسأل انفسنا :

١) هل يوجد اختصار ⟵ اذا كان الجواب لا ، ننتقل للسؤال الثاني

٢) هل قسمة البسط على المقام > ٢π **⟵ إذا كان الجواب نعم ⟵نقوم بالخطوات الآتية :** $\frac{٧٧}{٤}$ **= ١٩ والباقي ١ ⟵ نختار اصغر عدد زوجي من ناتج القسمة**

⟵ نختار ١٨ ⟵ نضرب ١٨ بـ ٤ ينتج ٧٢ ⟵ نطرح ٧٧ ــ ٧٢ = ٥

← الزاوية $\frac{٧٧\pi}{٤}$ = $\frac{٥\pi}{٤}$ ٣٢ $\sqrt{٢}$ (جتا$\left(\frac{٥\pi}{٤}\right)$ + جا$\left(\frac{٥\pi}{٤}\right)$ت)

٣) الزاوية هـ = ٤٥ × ٥ = ٢٢٥ ← الزاوية هـ توجد في الربع الثالث

زاوية الاسناد = ٢٢٥° − ١٨٠° = ٤٥° = $\frac{\pi}{٤}$

← الجيب سالب وجيب التمام سالب ← جتا$\left(\frac{٥\pi}{٤}\right)$ = −جتا$\left(\frac{\pi}{٤}\right)$ = $\frac{-١}{\sqrt{٢}}$

← جا$\left(\frac{٥\pi}{٤}\right)$ = −جا$\left(\frac{\pi}{٤}\right)$ = $\frac{-١}{\sqrt{٢}}$

نعود للمطلوب $(١ - ت)^{١١}$ = ٣٢ $\sqrt{٢}$ (جتا$\left(\frac{٧٧\pi}{٤}\right)$ + جا$\left(\frac{٧٧\pi}{٤}\right)$ت)

= ٣٢ $\sqrt{٢}$ (جتا$\left(\frac{٥\pi}{٤}\right)$ + جا$\left(\frac{٥\pi}{٤}\right)$ت)

= ٣٢ $\sqrt{٢}$ ($\frac{-١}{\sqrt{٢}}$ + $\frac{-١}{\sqrt{٢}}$ ت)

= −٣٢ − ٣٢ت

استنتاجات من نظرية ديموافر :

(ر(جتا(هـ) + جا(هـ)ت))$^{-ن}$ = ر$^{-ن}$ (جتا(ن هـ) − جا(ن هـ)ت)

(ر(جتا(هـ) − جا(هـ)ت))^{ن} = ر^{ن} (جتا(ن هـ) − جا(ن هـ)ت)

مثال (٥): باستخدام نظرية ديموافر جد قيمة $(٢(جتا(\frac{\pi}{٦})+جا(\frac{\pi}{٦})ت))^{-٤}$

$(٢(جتا(\frac{\pi}{٦})+جا(\frac{\pi}{٦})ت))^{-٤} = ٢^{-٤}(جتا(\frac{٤\pi}{٦})-جا(\frac{٤\pi}{٦})ت)$

$= \frac{١}{١٦}(جتا(\frac{٢\pi}{٣})-جا(\frac{٢\pi}{٣})ت)$

حتى نجد قيم الجيب وجيب التمام للزاوية المعطاة نسأل انفسنا الاسئلة الآتية:

١) هل يوجد اختصار ⟵ كان الجواب نعم واختصرنا ⟵ ننتقل للسؤال الثاني

٢) هل قسمة البسط على المقام > ٢π ⟵ إذا كان الجواب لا ⟵ ننتقل للسؤال الثالث

٣) الزاوية هـ = $\frac{١٨٠\times٢}{٣} = ١٢٠^\circ$ (توجد في الربع الثاني)

زاوية الاسناد = ١٨٠ـ ٦٠ = $\frac{\pi}{٣}$

الجيب موجب وجيب التمام سالب ⟵ $جتا(\frac{٢\pi}{٣}) = -جتا(\frac{\pi}{٣}) = \frac{-١}{٢}$

$جا(\frac{٢\pi}{٣}) = جا(\frac{\pi}{٣}) = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$

$\frac{١}{١٦}(جتا(\frac{٢\pi}{٣})-جا(\frac{٢\pi}{٣})ت) = \frac{١}{١٦}(\frac{-١}{٢} - \frac{\sqrt{٣}}{٢}ت) = \frac{-١}{٣٢} - \frac{\sqrt{٣}}{٣٢}ت$