التقارب والتباعد للمتتاليات

تعريف : يُقال أن المتتالية التي حدها العام $ح_ن$ بأنها متقاربة فقط إذا كان :

$$\lim_{ن \to \infty} ح_ن = ل \quad (\text{عدد حقيقي})$$

ويُقال أن المتتالية التي حدها العام $ح_ن$ بأنها متباعدة فقط إذا كانت ليست متقاربة.

إذا كانت $\lim_{ن \to \infty} ح_ن = \infty$ أو $\lim_{ن \to \infty} ح_ن = -\infty$ تكون المتتالية متباعدة

أما إذا كانت $\lim_{ن \to \infty} ح_ن$ غير موجود ، تكون المتتالية متذبذبة

مراجعة بسيطة لنهاية الاقتران النسبي

١) إذا كانت درجة البسط أقل من درجة المقام $\longleftarrow$ $\lim_{ن \to \infty}$ للاقتران النسبي = صفر

٢) إذا كانت درجة البسط أكبر من درجة المقام $\longleftarrow$ $\lim_{ن \to \infty}$ للاقتران النسبي = ∞

٣) إذا كانت درجة البسط = درجة المقام $\longleftarrow$ $\lim_{ن \to \infty}$ للاقتران = $\frac{\text{معامل صاحب أعلى درجة في البسط}}{\text{معامل صاحب أعلى درجة في المقام}}$

٤) إذا كان $ق(ن) = أ^{ن}$ ، حيث أ عدد حقيقي ، فإنه :

إذا كان $١ > أ > -١$ فإن $\lim_{ن \to \infty} أ^{ن} = ٠$

أما إذا كان $أ > ١$ فإن $\lim_{ن \to \infty} أ^{ن} = \infty$

مثال (١) : حدد أي المتتاليات الآتية متقاربة أو متباعدة :

١) $ع_ن = \frac{٣ن+١}{ن}$

الحل : $\lim_{ن\to\infty} ع_ن = \lim_{ن\to\infty} \frac{٣ن+١}{ن} = \frac{٣}{١} = ٣$ **= عدد حقيقي ⟵ المتتالية متقاربة**

٢) $ع_ن = (\frac{٣}{٥})^{ن}$

الحل : $\lim_{ن\to\infty} ع_ن = \lim_{ن\to\infty} (\frac{٣}{٥})^{ن} = ٠$ **= عدد حقيقي ⟵ المتتالية متقاربة**

٣) $ع_ن = \frac{ن^{٢}+٢ن+٤}{ن^{٢}+٢}$

الحل : $\lim_{ن\to\infty} ع_ن = \lim_{ن\to\infty} \frac{ن^{٢}+٢ن+٤}{ن^{٢}+٢} = \frac{١}{١} = ١$ **= عدد حقيقي⟵ المتتالية متقاربة**

٤) $ع_ن = (٢)^{ن}$

الحل : $\lim_{ن\to\infty} ع_ن = \lim_{ن\to\infty} (٢)^{ن} = \infty$ **(نلاحظ أن الأساس =٢ > ١)**

⟵ المتتالية متباعدة

٥) $ع_ن = ن^{٢} + ٢ن + ١$

الحل : $\lim_{ن\to\infty} ع_ن = \lim_{ن\to\infty} ن^{٢} + ٢ن + ١ = \infty$

⟵ المتتالية متباعدة

سؤال : ابحث في تباعد أو تقارب المتتاليات التي حدها العام كالآتي :

١) $ع_ن = \frac{٢ن^٢ + ٢ن + ٤}{٣ن^٢ + ٢}$

٢) $ع_ن = (\frac{-١}{٢})^ن$