نظريات في الاتصال :

نظرية : اذا كان ق(س) ، هـ(س) اقترانين متصلين عند س = أ ، فإن كلا من الاقترانات الآتية متصلة عند س = أ :

١) $(ق \pm هـ)(س)$

٢) $(ق \times هـ)(س)$

٣) $ك \times ق(س)$ ، حيث ك عدد ثابت

٤) $(\frac{ق}{هـ})(س)$ ، بشرط هـ(أ) $\neq$ ٠

٥) $\sqrt[ن]{ق(س)}$ ، بشرط ق(أ) $>$ ٠ اذا كانت ن زوجية

مثال (١): اذا كان ق(س) ، هـ(س) اقترانين متصلين عند س = ٣، ابحث في اتصال كل من الاقترانات الآتية عند س = ٣ :

١) $(٥ق - ٣هـ)(س)$ متصل عند س = ٣ لأنه حاصل طرح اقترانين متصلين عند س = ٣ ، مضروبين بعدد ثابت.

٢) $(ق \times ٧هـ)(س)$ متصل عند س = ٣ لأنه حاصل ضرب اقتران متصل باقتران متصل مضروب بعدد ثابت.

٣) $ق^٢(س) = ق(س) \times ق(س)$ متصل عند س = ٣ لأنه حاصل ضرب اقترانين متصلين عند س =٣.

نتيجة :

١) اذا كان ق(س) اقتران كثير حدود فان ق(س) اقتران متصل $\forall$س $\in$ ح

٢) اذا كان ق(س) اقتران نسبي فان ق(س) اقتران متصل $\forall$س $\in$ ح - { أصفار المقام}

٣) اذا كان ق(س) اقتراناً متصلاً $\forall$س $\in$ ح ، فان $ق^ن(س)$ متصل $\forall$س $\in$ ح ، ن عدد صحيح موجب.

٤) اذا كان $ق(س) = جتاس$ فإن ق(س) اقتران متصل $\forall س \in ع$

٥) اذا كان $ق(س) = جتاس$ فإن ق(س) اقتران متصل $\forall س \in ع$

٦) اذا كان $ق(س) = |هـ(س)|$ فإن ق(س) اقتران متصل $\forall س \in ع$ عندما هـ(س) متصل.

مثال (٢): ابحث في اتصال كل من الاقترانات الآتية:

١) $ق(س) = س^٢ جتاس - (\frac{س+٣}{س^٢+٤})$

٢) $ك(س) = ٥ + |س^٢ - س - ١٢|$

الحل:

١) ق (س) متصل $\forall س \in ع$ لأنه حاصل طرح اقترانين متصلين حيث:

$س^٢$ متصل $\forall س \in ع$ لأنه كثير حدود .

جتاس متصل $\forall س \in ع$ $\longleftarrow$ $س^٢ جتاس$ متصل $\forall س \in ع$

$\frac{س+٣}{س^٢+٤}$ متصل $\forall س \in ع$ لأنه اقتران نسبي المقام لا يساوي صفرا.

٢) ك(س) متصل $\forall س \in ع$ لأنه حاصل جمع اقترانين متصلين حيث:

٥ اقتران متصل $\forall س \in ع$ لأنه اقتران ثابت.

$|س^٢ - س - ١٢|$ اقتران متصل $\forall س \in ع$ لأنه اقتران قيمة مطلقة لاقتران كثير حدود متصل $\forall س \in ع$

مثال (٣): اذا كان ق(س) = $\begin{cases} س^{٢} + ٤ & ، \quad س < ٢ \\ س + ٦ & ، \quad س \geq ٢ \end{cases}$

ع(س) = $\begin{cases} س^{٣} - ٢ & ، \quad س < ٢ \\ ٣س & ، \quad س \geq ٢ \end{cases}$

ابحث في اتصال (ق + ع) (س) عند س = ٢

الحل : ١) نبحث في اتصال ق(س) عند س = ٢

ق(٢) = ٢ + ٦ = ٨

$$\lim_{س \to ٢^{+}} ق(س) = ٢ + ٦ = ٨$$

$$\lim_{س \to ٢^{-}} ق(س) = (٢)^{٢} + ٤ = ٨$$

بما أن $\lim_{س \to ٢} ق(س) = ق(٢)$

⟵ ق (س) متصل عند س = ٢ ....(١)

٢) نبحث في اتصال ع(س) عند س =٢

ع(٢) = (٣)(٢) = ٦

$$\lim_{س \to ٢^{+}} ع(س) = ٣ \times ٢ = ٦$$

$$\lim_{س \to ٢^{-}} ع(س) = (٢)^{٣} - ٢ = ٦$$

بما أن $\lim_{س \to ٢} ع(س) = ع(٢)$

⟵ ع (س) متصل عند س = ٢ .... (٢)

من (١) و (٢) ⟵ (ق + ع) (س) متصل عند س = ٢

ملاحظة : اذا كان ق(س) غير متصل و ع(س) متصل ، هذا لا يعني ان ق +ع(س) غير متصل . وعندها نجري عملية جمع الاقترانين ونبحث الاتصال على ناتج جمع الاقترانين

ق + ع(س)

مثال(٤): اذا كان ق(س) = $(\text{س} - ٢)^{٣}$ ، هـ (س) = $[\text{س} + ١]$

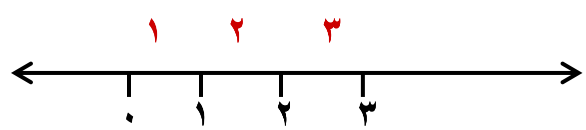
ابحث في اتصال $(\text{ق} \times \text{هـ})(\text{س})$ عند س = ٢

الحل : ١) نبحث في اتصال ق(س) عند س = ٢

ق(س) متصل عند س = ٢ لأنه كثير حدود

٢) نبحث في اتصال هـ(س) عند س = ٢

نعيد تعريفه : طول الدرجة = ١



هـ(٢) = ٣

$\underset{\text{س} \leftarrow ٢^{+}}{\text{نهـا}} \text{هـ}(\text{س}) = ٣$

$\underset{\text{س} \leftarrow ٢^{-}}{\text{نهـا}} \text{هـ}(\text{س}) = ٢$ ⟵ $\underset{\text{س} \leftarrow ٢}{\text{نهـا}} \text{هـ}(\text{س})$ غير موجودة

⟵ هـ (س) غير متصل عند س = ٢

هذا يعني اننا لا نستفيد من النظرية في بحث الاتصال

لذلك نقوم بإيجاد $(\text{ق} \times \text{هـ})(\text{س})$

$$\text{ع} = (\text{ق} \times \text{هـ})(\text{س}) = (\text{س} - ٢)^{٣} \times [\text{س} + ١]$$

$$ع(س) = \begin{cases} ٢(س - ٢)^٣ & ، \quad ١ \le س < ٢ \\ ٣(س - ٢)^٣ & ، \quad ٢ \le س < ٣ \end{cases}$$

<u>نبحث في اتصال ع عند س = ٢</u>

$ع(٢) = ٠$

$\lim_{س \to ٢^+} ع(س) = ٠ \times ٣ = ٠$

$\lim_{س \to ٢^-} ع(س) = ٠ \times ٢ = ٠$ $\longrightarrow$ $\lim_{س \to ٢} ع(س) = ٠$

بما ان ع(٢) = $\lim_{س \to ٢} ع(س)$

$\longrightarrow$ **ع (س) متصل عند س = ٢**

<u>مثال (٥):</u>

اذا كان ق(س) = $\frac{١ - س^٢}{س - ١}$ ، **هـ(س) =** $\sqrt{س^٢ + ٤}$

ابحث في اتصال $ق \times هـ(س)$ **عند س = ٢**

<u>الحل :</u>

١) نبحث في اتصال ق(س) عند س = ٢

ق(س) متصل عند س =٢ لآنه اقتران نسبي وهو متصل $\forall س \in ح - \{ ١ \}$

٢) نبحث في اتصال هـ (س) عند س = ٢

بما ان هـ (س) جذر تربيعي نقوم بما يلي :

أ) $\sqrt{س^٢ + ٤}$ **معرف عند س =٢ لان بتعويض س = ٢ يكون ما داخل الجذر موجب =** $\sqrt{٨}$

ب) ما تحت الجذر كثير حدود $\longrightarrow$ **متصل على ح** $\longrightarrow$ **متصل عند س =٢**

$\longrightarrow$ **هـ (س) متصل عند س = ٢** $\longrightarrow$ $ق \times هـ(س)$ **متصل عند س =٢**