←

اتصال الاقتران على فترة:

اذا كان الاقتران ق(س) اقترانا معرفا على الفترة $[أ،ب]$ ، فان :

١) ق(س) يكون متصلا عند س = أ من جهة اليمين إذا كانت $\lim_{س \to أ^+} ق(س) = ق(أ)$

٢) ق(س) يكون متصلا عند س = ب من جهة اليسار إذا كانت $\lim_{س \to ب^-} ق(س) = ق(ب)$

٣) يكون ق(س) متصلا $\forall س \in [أ،ب]$ ، اذا كان:

أ) ق(س) متصلا عند كل نقطة $\in]أ،ب[$

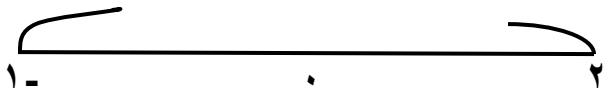
ب) ق(س) متصلا عند س = أ من جهة اليمين

ج) ق(س) متصلا عند س = ب من جهة اليسار

مثال(١) : إذا كان ق(س) = $\begin{cases} س^{٢} - ١، & -١ \leq س < ٠ \\ جتا(٢\pi س)، & ٠ \leq س < ٢ \\ ١٠ \quad ، \quad س = ٢ \end{cases}$

ابحث في اتصال ق(س) على الفترة $[-١، ٢]$

الحل :



نبحث في اتصال ق(س) في ٣ مواقع:

١) الاطراف : عند س = -١

ق(-١) = صفر ، $\lim_{س \to -١^+} ق(س)$ = صفر

بما ان ق(-١) = $\lim_{س \to -١^+} ق(س)$ ⟵ ق(س) متصلا عند س =-١ من جهة اليمين

عند س = ٢

ق(٢) = ١٠ ، $\lim_{س \to ٢^-} ق(س) = \lim_{س \to ٢^-} جتا(٢ \times \pi ٢) = \lim_{س \to ٢^-} جتا(\pi ٤) = ١$

بما ان ق(٢) $\neq \lim_{س \to ٢^-} ق(س)$ ⟵ ق(س) غير متصل عند س=٢ من جهة اليسار

٢) نقاط التحول:

عند س = ٠

ق(٠) = $جتا(٢ \times \pi ٠) = جتا(٠) = ١$

$\lim_{س \to ٠^+} ق(س) = \lim_{س \to ٠^+} جتا(٢ \times \pi ٠) = \lim_{س \to ٠^+} جتا(٠) = ١$

$\lim_{س \to ٠^-} ق(س) = \lim_{س \to ٠^-} س^{٢} - ١ = -١$

بما ان $\lim_{س \to ٠^+} ق(س) \neq \lim_{س \to ٠^-} ق(س)$ ⟵ ق(س) غير متصل عند س = ٠

٣) الفترات الداخلية

في الفترة (-١ ، ٠) : ق(س) كثير حدود ⟵ ق(س) متصلا على هذه الفترة

في الفترة (٠ ، ٢) : ق(س) اقتران جتا ⟵ ق(س) متصلا على هذه الفترة

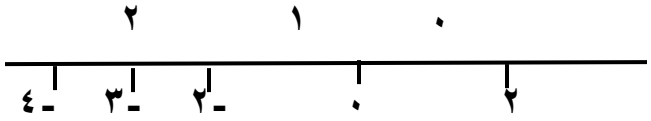
⟵ ق(س) متصل $\forall س \in]-١، ٢[- \{ ٠ \}$

مثال (٢) : اذا كان ق(س) = $س^{٢} \times [١ - \frac{س}{٢}]$، $س \in [-٣، ٢]$

ابحث في اتصال ق(س) على مجاله

الحل: نعيد تعريف الاقتران من خلال اعاد تعريف $[1 - \frac{س}{2}]$

طول الدرجة = $\frac{1}{|-\frac{1}{2}|}$ **= ٢**



$$ق(س) = \begin{cases} ٢س^{٢}، & -٣ \leq س \leq -٢ \\ س^{٢}، & -٢ < س \leq ٠ \\ ٠، & ٠ < س \leq ٢ \end{cases}$$

نبحث في اتصال ق(س):

١) الاطراف : <u>عند س = -٣ من جهة اليمين</u>

$$ق(-٣) = ١٨ \quad ، \quad \lim_{س \to -٣^{+}} ق(س) = \lim_{س \to -٣^{+}} ٢س^{٢} = ١٨$$

بما ان ق(-٣) $= \lim_{س \to -٣^{+}} ق(س)$ **⟵ ق(س) متصلا عند س = -٣ من جهة اليمين**

<u>عند س = ٢ من جهة اليسار</u>

$$ق(٢) = ٠ \quad ، \quad \lim_{س \to -٢^{-}} ق(س) = \lim_{س \to -٢^{-}} ٠ = ٠$$

بما ان ق(٢) $= \lim_{س \to -٢^{-}} ق(س)$ **⟵ ق(س) متصلا عند س=٢ من جهة اليسار**

٢) نقاط التحول: عند س = ٠

ق(٠) = ٠ ، $\lim_{س \to ٠^+}$ و(س) = $\lim_{س \to ٠^+}$ ا = ٠

$\lim_{س \to ٠^-}$ و(س) = $\lim_{س \to ٠^-}$ س^{٢} = ٠

$\lim_{س \to ٠^+}$ و(س) = $\lim_{س \to ٠^-}$ و(س) ⟵ $\lim_{س \to ٠}$ و(س) = ٠

بما ان $\lim_{س \to ٠}$ و(س) = و(٠) ⟵ ق(س) متصل عند س = ٠

عند س= -٢

ق(-٢) = ٨

$\lim_{س \to -٢^+}$ و(س) = $\lim_{س \to -٢^+}$ س^{٢} = ٤ ، $\lim_{س \to -٢^-}$ و(س) = $\lim_{س \to -٢^-}$ ٢س^{٢} = ٨

بما ان $\lim_{س \to -٢^+}$ و(س) ≠ $\lim_{س \to -٢^-}$ و(س) ⟵ ق(س) غير متصل عند س = -٢

٣) الفترات الداخلية

في الفترة (-٣ ، -٢) : ق(س) كثير حدود ⟵ ق(س) متصلا على هذه الفترة

في الفترة (-٢ ، ٠) : ق(س) كثير حدود ⟵ ق(س) متصلا على هذه الفترة

في الفترة (٠ ، ٢) : ق(س) ثابت ⟵ ق(س) متصلا على هذه الفترة

⟵ ق(س) متصل ∀س ∈ [-٣،٢] - {-٢}

مثال (٣): اذا كان ق(س) = { ٢س + ٢ ، -٢ ≤ س < ١

س + ٤ ، ١ ≤ س ≤ ٥

ابحث في اتصال ق(س) على الفترة [-٢،٥]

الحل : نبحث عن اتصال ق(س) عند:

١) الاطراف: عند س =-٢ من اليمين

$$\text{ق}(-٢) = -٢ \quad ، \quad \lim_{س \to -٢^+} \text{ق}(س) = \lim_{س \to -٢^+} ٢س + ٢ = -٢$$

بما ان ق(-٢) = $\lim_{س \to -٢^+} \text{ق}(س)$ **⟵ق(س) متصلا عند س = -٢**

عند س = ٥ من اليسار

$$\text{ق}(٥) = ٩ \quad ، \quad \lim_{س \to ٥^-} \text{ق}(س) = \lim_{س \to ٥^-} س + ٤ = ٩$$

بما ان ق(٥) = $\lim_{س \to ٥^-} \text{ق}(س)$ **⟵ق(س) متصلا عند س=٥**

٢) نقاط التحول: عند س = ١

$$\text{ق}(١) = ٥ \quad ، \quad \lim_{س \to ١^+} \text{ق}(س) = \lim_{س \to ١^+} س + ٤ = ٥$$

$$\lim_{س \to ١^-} \text{ق}(س) = \lim_{س \to ١^-} ٢س + ٢ = ٤$$

بما ان $\lim_{س \to ١^+} \text{ق}(س) \neq \lim_{س \to ١^-} \text{ق}(س)$ **⟵ ق(س) غير متصل عند س = ١**

٣) الفترات الداخلية

في الفترة (-٢ ، ١) : ق(س) كثير حدود ⟵ ق(س) متصلا على هذه الفترة

في الفترة (١ ، ٥) : ق(س) كثير حدود ⟵ ق(س) متصلا على هذه الفترة

⟵ ق(س) متصل $\forall س \in [-٢ ، ٥] - \{١\}$

مثال (٤) : اذا كان ق(س) = { $\frac{س^{٢}+٢س}{س}$ ، $-٢ \leq س < ٠$

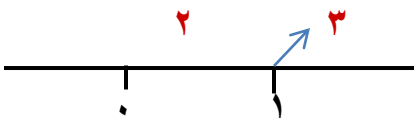
٢ ، س = ٠

$[٢+س]$ ، $٠ < س \leq ١$

ابحث في اتصال ق(س) على الفترة $[-٢، ١]$

الحل: نعيد تعريف الاقتران من خلال اعاد تعريف $[٢+س]$

طول الدرجة = $\frac{١}{|١|}$ = ١



ق(س) = { $\frac{س^{٢}+٢س}{س}$ ، $-٢ \leq س < ٠$

٢ ، س = ٠

٢ ، $٠ < س < ١$

٣ ، س = ١

نبحث في اتصال ق(س):

١) الاطراف : عند س = -٢ من جهة اليمين

ق(-٢) = ٠ ، $\lim_{س \to -٢^{+}} ق(س) = \lim_{س \to -٢^{+}} \frac{س^{٢}+٢س}{س} = ٠$

بما ان ق(-٢) = $\lim_{س \to -٢^{+}} ق(س)$ ⟵ ق(س) متصلا عند س = -٢ من جهة اليمين

عند س = ١

ق(١) = ٣ ، $\lim_{س \to ١^{-}} ق(س) = \lim_{س \to ١^{-}} ٢ = ٢$

بما ان ق(١) $\neq \lim_{س \to ١^-}$ ق(س) ⟵ ق(س) غير متصل عند س=١

٢) نقاط التحول: عند س = ٠

ق(٠) = ٢ ، $\lim_{س \to ٠^+}$ ق(س) = $\lim_{س \to ٠^+}$ ٢ = ٢

$\lim_{س \to ٠^-}$ ق(س) = $\lim_{س \to ٠^-} \frac{س^٢ + س}{س}$ (التعويض المباشر يعطي نتيجة $\frac{٠}{٠}$)

$\lim_{س \to ٠^-} \frac{س^٢ + س}{س} = \lim_{س \to ٠^-} \frac{س(س+١)}{س} = \lim_{س \to ٠^-}$ س + ١ = ٢

$\lim_{س \to ٠^+}$ ق(س) = $\lim_{س \to ٠^-}$ ق(س) ⟵ $\lim_{س \to ٠}$ ق(س) = ٢

بما ان $\lim_{س \to ٠}$ ق(س) = ق(٠) ⟵ ق(س) متصل عند س = ٠

٣) الفترات الداخلية

في الفترة (-٢ ، ٠) : ق(س) اقتران نسبي ⟵ ق(س) متصل على الفترة ما عدا اصفار المقام ، لكن صفر المقام س = ٠ ∉ (-٢ ، ٠) ⟵ ق(س) متصل على الفترة

في الفترة (٠ ، ١) : ق(س) ثابت ⟵ ق(س) متصلا على هذه الفترة

⟵ ق(س) متصل ∀س ∈ [٠، ١)