

## مقاييس النزعة المركزية Measure of central tendency

لقد قمنا في الفصل السابق بعرض البيانات بطريقة بيانية تعطي صورة سريعة عن طبيعة وسلوك الظاهرة وفي أغلب الأحيان يكون هناك عدد كبير من قيم الظاهرة تقترب من الوسط أو المركز، إننا في هذا الفصل نحاول أن نصف الظاهرة من خلال قيمه تتصف بأنها متمركزة في الوسط أو قريبة من وسط القيم وتتمركز حولها بقية قيم الظاهرة وهي بذلك تمثل قيم الظاهرة أحسن تمثيل وستعطي فكرة واضحة وسريعة عن القيم الممكنة للظاهرة ومن بين هذه المقاييس والتي شاع أن نسميها مقاييس النزعة المركزية الوسط الحسابي والوسيط والمنوال وسنحاول أن نسلط الضوء على طريقة حساب كل منهم والخصائص الذي تميز هذا المقياس عن ذلك.

### 1-2 الوسط الحسابي The mean

الوسط الحسابي أو المتوسط هو أحد مقاييس النزعة المركزية الأكثر استخداماً ويسمى في بعض الأحيان المعدل (Average) ويستخرج من حاصل قسمة مجموع القيم على عددها فمثلا ان معدل الطالب هو الذي يؤهله لاختيار الاختصاص المناسب للقبول في الكلية ومعدل الطالب في الدراسة التوجيهية ناتج من حاصل قسمة مجموع علامات الطالب التي حصل عليها في مواد التوجيهي على عدد مواد التوجيهي. وكذلك فان معدل الانفاق في العائلة شهريا ناتج من قسمة مجموع الانفاق العائلي اليومي خلال الشهر مقسوما على عدد ايام الشهر.

## طرق إيجاد الوسط الحسابي :

أولاً : في حالة البيانات غير المبوبة

لتكن  $x_1, x_2, \dots, x_n$  مشاهدات عينة حجمها  $(n)$  من المفردات فإنه وحسب التعريف تكون الصيغة العامة لاستخراج الوسط الحسابي للبيانات الخام أو غير المبوبة.

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} \dots \dots \dots (2-1)$$

مثال (1-2) :

البيانات التالية تمثل المبالغ المدخرة من قبل شخص خلال أشهر السنة. المطلوب إيجاد متوسط ادخار هذا الشخص.

الشهر	مبلغ الادخار $X_i$ الشهري بالدينار
1	120
2	100
3	150
4	140
5	200
6	80
7	120
8	160
9	120
10	180
11	110
12	130
المجموع	1610

الحل :

$$\bar{X} = \frac{120 + 100 + 150 + 140 + 200 + 80 + 120 + 160 + 180 + 110 + 130}{12}$$
$$= \frac{1610}{12} = 134.1666$$

مثال (2-2):

تقدم أحد الخريجين لإشغال وظيفة وكان عليه اختيار خمسة اختبارات والحصول على درجة 80 فأكثر للقبول في الوظيفة فإذا كان معدله في أربع اختبارات (78) ما هي النتيجة التي يجب أن يحصل عليها في الاختبار الخامس للحصول على المعدل المطلوب لإشغال الوظيفة.

الحل :

لما كان الخريج قد اجتاز أربع اختبارات بمعدل (78) فإن:

$$\frac{X_1 + X_2 + X_3 + X_4}{4} = 78$$

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = 312$$

وللحصول على درجة على الأقل 80 فإنه:

$$\frac{X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5}{5} \geq 80$$

$$312 + X_5 \geq 400$$

$$X_5 > 88$$

يجب أن يحصل الخريج في الاختبار الخامس على درجة 88 أو أكثر

للقبول في هذه الوظيفة.

ثانياً: في حالة البيانات المبوبة

إذا كانت  $x_1, x_2, \dots, x_m$  مراكز فئات جدول توزيع تكراري وكانت التكرارات المقابلة لهذه المراكز  $f_1, f_2, \dots, f_m$  فإن الصيغة العامة لإيجاد الوسط الحسابي لبيانات مبوبة هي:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^m f_i X_i}{\sum_{i=1}^m f_i} \dots \dots \dots (2-2)$$

مثال (3-2) :

جدول التوزيع التكراري التالي يمثل أرباح الشركة خلال سنتين أو وجد المعدل الشهري للأرباح خلال الفترة.

classes	$f_i$
100 - 120	2
121 - 139	3
140 - 160	5
161 - 179	8
180 - 200	3
201 - 219	2
220 - 240	1

الحل :

نجد عمود مراكز الفئات وعمود ناتج من حاصل ضرب عمود التكرارات بعمود مراكز الفئات فيصبح الجدول كالاتي :

classes	$f_i$	$X_i$	$f_i X_i$
100 - 120	2	110	220
121 - 139	3	130	390
140 - 160	5	150	750
161 - 179	8	170	1360
180 - 200	3	190	570
201 - 219	2	210	420
220 - 240	1	230	230
<b>Total</b>	<b>24</b>		<b>3940</b>

وبذلك فإن قيمة الوسط الحسابي هي:

$$\bar{X} = \frac{3940}{24} = 164.1666$$

مثال (4-2) :

كان عدد الأسهم التي ارتفع سعرها خلال أيام الشهر في أحد أسواق البورصة ممثلاً في جدول التوزيع التكراري التالي. المطلوب إيجاد معدل الاسهم التي ارتفعت لهذه الفترة.

classes	$f_i$
0 - 1	2
2 - 3	3
4 - 5	8
6 - 7	7
8 - 9	4
10 - 11	3
12 - 13	2
14 - 15	1

الحل:

classes	$f_i$	$X_i$	$f_i X_i$
0 - 1	2	0.5	1
2 - 3	3	2.5	7.5
4 - 5	8	4.5	36
6 - 7	7	6.5	45.5
8 - 9	4	8.5	34
10 - 11	3	10.5	31.5
12 - 13	2	12.5	25
14 - 15	1	14.5	14.5
<b>Total</b>	<b>30</b>		<b>195</b>

$\bar{X} = \frac{195}{30} = 6.5$  أي أن معدل الأسهم التي ترتفع يتراوح بين 6 إلى 7 أسهم.

### 1-1-2 خصائص الوسط الحسابي :

مجموع انحرافات القيم عن الوسط الحسابي يساوي صفر أي أن:

أ- في حالة البيانات غير المبوبة

$$\sum (X_i - \bar{X}) = \text{Zero} \dots\dots\dots (2-3)$$

ب- وفي حالة البيانات المبوبة

$$\sum f_i (X_i - \bar{X}) = \text{Zero} \dots\dots\dots (2-4)$$

البرهان : (a-1)

إذا تم فتح القوس وإدخال رمز الجمع  $\sum$  فإن:

$$\sum (X_i - \bar{X}) = \sum X_i - n\bar{X} \dots\dots\dots (2-5)$$

ولما كان:

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n}$$

$$\sum X_i = n\bar{X} \dots\dots\dots (2-6)$$

فإن:

وبتعويض المعادلة (2-6) في معادلة (2-5):

$$\sum (X_i - \bar{X}) = n\bar{X} - n\bar{X} = \text{Zero}$$

مثال (5-2):

حقق الخاصية (1-a) للبيانات التالية التي تمثل علامات خمسة طلبة.

80	40	60	70	50
----	----	----	----	----

الحل: نجد الوسط الحسابي لعلامات الطلاب الخمسة:

$$\bar{X} = \frac{300}{5} = 60$$

ثم نجد انحرافات كل قيمة من القيم الخمسة عن الوسط الحسابي (الذي يمثل العمود الثاني بالجدول التالي) وسنلاحظ أن مجموع هذه الانحرافات (مجموع العمود) يساوي صفراً.

$X_i$	$X_i - \bar{X}$
80	80-60=20
40	40-60=-20
60	60-60=0
70	70-60=10
50	50-60= - 10
<b>300</b>	<b>Zero</b>

وبتعويض المعادلة (2-6) في معادلة (2-5):

$$\sum (X_i - \bar{X}) = n\bar{X} - n\bar{X} = \text{Zero}$$

مثال (5-2):

حقق الخاصية (1-a) للبيانات التالية التي تمثل علامات خمسة طلبة.

80	40	60	70	50
----	----	----	----	----

الحل: نجد الوسط الحسابي لعلامات الطلاب الخمسة:

$$\bar{X} = \frac{300}{5} = 60$$

ثم نجد انحرافات كل قيمة من القيم الخمسة عن الوسط الحسابي (الذي يمثل العمود الثاني بالجدول التالي) وسنلاحظ أن مجموع هذه الانحرافات (مجموع العمود) يساوي صفراً.

$X_i$	$X_i - \bar{X}$
80	80-60=20
40	40-60=-20
60	60-60=0
70	70-60=10
50	50-60= - 10
<b>300</b>	<b>Zero</b>

البرهان (b-1):

$$\sum f_i (X_i - \bar{X}) = \sum f_i X_i - \bar{X} \sum f_i \dots \dots \dots (2-7)$$

ولما كانت صيغة الوسط الحسابي للبيانات الميوية:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^m f_i X_i}{\sum_{i=1}^m f_i}$$



مثال ٣٣: اختر الإجابة الصحيحة.

\* إذا كانت الخرفات قيم وسطها طائي طاري

2, 7, A, 5, -9, 8

فإن A طاري

13

-13

0

3

$$\begin{aligned} \text{المجموع} &= \text{صفر} \\ 2+7+A+5+(-9)+8 &= 0 \\ A+13 &= 0 \quad A = -13 \end{aligned}$$

\* إذا كانت الخرفات قيم وسطها هي طاري

8, 5, 3A, -8, 9, 4

فإن A =

6

-6

18

-18

الحل: المجموع = صفر

$$8+5+3A+(-8)+9+4=0$$

$$3A+18=0$$

$$3A=-18$$

$$A=-6$$

\* إذا كان الوسط الحسابي للعدد 3, A, 2, 7, 8, 5 هو 6  
فإن A تساوي :

(11)

6

-11

25

$$\frac{3+A+2+7+8+5}{6} = 6$$
$$A+25 = 36$$
$$\begin{array}{r} -25 \\ -25 \end{array} \Rightarrow A = 11$$

\* إذا كانت الأعداد متساوية فالوسط الحسابي يكون نفس العدد

مثال: الوسط الحسابي للعدد 7, 7, 7, 7, 7, ...

الجواب 7