3-2 المنوال The Mode

هــو أحد مقاييس النزعة المركزية ويعرف بأنه القيمة الأكثر تكراراً من بقية قيم البيانات أو المشاهدات لذا يطلق عليها أيضاً بالقيمة الشائعة كما سنلاحظ بأن المنوال يتواجد في الفئة المقابلة لأكبر تكرار والتي سنطلق عليها فئة المنوال أو الفئة المنوالية.

وإذا لم تكن هناك قيمة تتكرر أكثر من غيرها فإنَّ المشاهدات لا تحتوي علــى مــنوال وقد توجد في قيم المشاهدات أكبر من قيمة واحدة تتكرر أكثر من غيرها وبهذا قد يوجد أكثر من منوال واحد.

فــوقت وصول الموظفين إلى الشركة صباحاً يكون عادةً الساعة الثامنة صباحاً مثلاً ويكون منوال الوصول هو الساعة (8) صباحاً ولكن إذا كان للشركة أكثــر مــن وجبة للدوام، مثلاً لو كان هناك وجبة مسائية من الدوام تبدأ بالساعة الخامسة مساءً سيكون وصول الموظفين المعتاد الساعة (8) صباحاً والساعة (5) مساءً ويكون هناك منوالين لوصول الموظفين إلى الشركة.

طرق إيجاد المنوال

أولاً : في حالة البيانات غير المبوبة :

حــسب تعــريف المــنوال فهو قيمة مشاهدة (أو أكثر) تتكرر أكثر من غيرها.

مثال (2-15):

البــيانات التالية تمثل عدد مرات استخدام جهاز **(ATM)** من قبل عشرة موظفين لسحب مبالغ من أرصدتهم خلال الشهر. المطلوب إيجاد المنوال.

متسلسل الموظف	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
عدد مرات السحب	2	5	3	10	8	3	5	4	5	2

الحـل: تكـررت القيمة (5) ثلاث مرات وقد تكررت أكثر من القيم الأخرى لذا فإن:

$Mo = 5$

مثال (2-16):

البـيانات التالية تمثل عدد الأولاد الذكور في العائلة لـ (84) عائلة من عوائل أحد قرى الأردن. المطلوب حساب المنوال لعدد أبناء العائلة.

عدد الأولاد	1	2	3	4	5	6	7	8
عدد العائلات	1	6	4	18	20	20	15	3

نلاحظ أن المنوال لعدد الذكور في العائلة هو **(5)** و**(6)**.

$Mo = 5 , Mo = 6$

لأنـه يقابـل **(20)** عائلة تمتلك هذا العدد من الذكور وهذا يعني أن متوسط عدد الأولاد الذكور لعوائل هذه القرية تتراوح بين **5** إلى **6** ذكور.

مثال (2-17):

البـيانات التالـية تمثل عدد الفروع لبنوك مختلفة. المطلوب حساب المنوال لعدد الفروع.

البنك	1	2	3	4	5
عدد الفروع	4	10	8	5	6

الحل:

لا يوجد منوال لعدم وجود قيمة تكررت أكثر من غيرها.

ثانياً : إيجاد المنوال لبيانات مبوَّبة :

لإيجاد المنوال لبيانات مبوَّبة ينبغي أولاً تحديد الفئة المنوالية التي يتواجد فيها المنوال والفئة المنوالية هي الفئة المقابلة لأكبر تكرار.

أما قيمة المنوال فتُحَدَّد وفق الصيغة التالية:

$$M_o = L_K + \frac{d_1}{d_1 + d_2} * W_k$$

حيث أن:

L_k : الحد الأدنى الفعلي للفئة المنوالية.

d_1 : الفرق بين تكرار فئة المنوال والتكرار السابق لها.

d_2 : الفرق بين تكرار فئة المنوال والتكرار اللاحق لها.

W_k : طول فئة المنوال.

مثال (2-18):

البيانات التالية تمثل توزيعاً تكرارياً لعدد المعاملات الضريبية التي أُنجِزَت خلال (360) يوماً في أحد فروع دائرة الضريبة. المطلوب تحديد منوال عدد المعاملات اليومية المنجزة لهذه الدائرة.

عدد المعاملات المنجزة	عدد الأيام f_i
0 – 4	64
5 – 9	142
10 – 14	40
15 – 19	28
20 – 24	20
25 – 29	6

الحل:

الحدود الفعلية للفئات	عدد الأيام f_i
-0.5 – 4.5	64
4.5 – 9.5	142
9.5 – 14.5	40
14.5 – 19.5	28
19.5 – 24.5	20
24.5 – 29.5	6

فئة المنوال هي الفئة الثانية التي تقابل أكبر تكرار. أما قيمة المنوال فهي:

$$M_o = 4.5 + \frac{(142-64)}{(142-64)+(142-40)} * 5$$

$$= 4.5 + \frac{78}{78+102} * 5$$

$$= 6.666$$

مزايا وعيوب المنوال

أولاً : مزايا المنوال

1- مقياس سهل الفهم والحساب.

2- يعتمد على عمليات حسابية بسيطة.

3- يمكن استخراجه لجداول توزيع تكرارية مفتوحة.

4- يمكن استخراجه لمتغير وصفي أو كمي.

5- لا يتأثر بالقيم الشاذة والمتطرفة.

ثانياً : العيوب

1- لا يعتمد في حسابه على قيم جميع مشاهدات العينة أو المجتمع لذا فإنه ليس ممثلاً جيداً لقيم هذه العينة أو المجتمع. فنجده يركز على قيمة واحدة ويهمل بقية القيم.

2- كما أنه قيمة تتغير من عينة لأخرى لعينات مسحوبة من نفس المجتمع.

3- في حالة البيانات التي لا تتكرر فيها قيم المشاهدات لا يمكن استخراج قيمة المنوال حيث أنه لا يوجد منوال لمشاهدات هذه البيانات كما أنه إذا كانت الفئة الأولى أو الفئة الأخيرة في التوزيع التكراري تمتلك أكبر تكرار لا يكون من السهولة إيجاد قيمة المنوال بل نضطر إلى استخدام طريقاً معينة لإيجاد المنوال.

4-2 العلاقة بين الوسط الحسابي والوسيط والمنوال

هناك علاقة تربط بين المتوسطات الثلاثة (الوسط الحسابي والوسيط والمنوال) وحسب نوع التوزيع من حيث التماثل ويمكن إجمال هذه العلاقات بما يلي:

1- إذا كان التوزيع متماثلاً فإن:

الوسط الحسابي = الوسيط = المنوال

مثال (2-19):

للتوزيع التالي:

1- بيِّن نوع التوزيع من حيث التماثل.

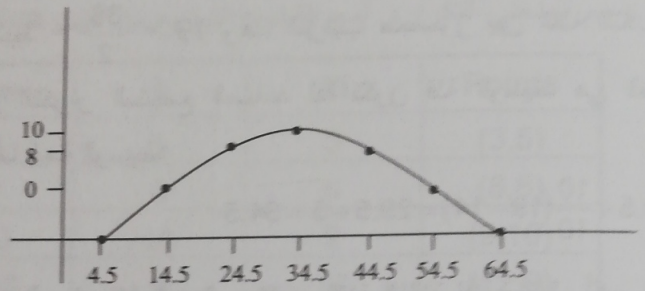
2- أوجد الوسط الحسابي والوسيط والمنوال.

Classes	f_i
10 – 19	6
20 – 29	8
30 – 39	10
40 – 49	8
50 – 59	6

الحل:

1- نرسم المنحنى التكراري للتوزيع لمعرفة نوع التوزيع من حيث التماثل.

Classes	f_i	X_i	Points
10 – 19	6	14.5	(14.5,6)
20 – 29	8	24.5	(24.5,8)
30 – 39	10	34.5	(34.5,10)
40 – 49	8	44.5	(44.5,8)
50 – 59	6	54.5	(54.5,6)



يمكن أن نلاحظ من خلال الرسم أن التوزيع متماثل (كما يمكن ملاحظة أن التكرارات المتناظرة قبل وبعد أكبر تكرار متساوية).

2- أ) نجد الوسط الحسابي للتوزيع.

Classes	f_i	Xi	$F_i X_i$
10 – 19	6	14.5	87
20 – 29	8	24.5	196
30 – 39	10	34.5	345
40 – 49	8	44.5	356
50 – 59	6	54.5	327
	38		**1311**

$$\overline{X} = \frac{1311}{38} = 34.5$$

ب) نجد الوسيط

الحدود الفعلية للفئات	f_i	F_i
9.5 – 19.5	6	6
19.5 – 29.5	8	14
29.5 – 39.5	10	24
39.5 – 49.5	8	32
49.5 – 59.5	6	38
	38	

ترتيب الوسيط = $\frac{38}{2}$ = 19 وهذا الترتيب محصور بين الفئة الثانية والثالثة بالنسبة إلى التكرار المتجمع الصاعد لذا تكون فئة الوسيط هي الفئة الثالثة **(30-39)** أما قيمة الوسيط:

$$M_e = 29.5 + \frac{10}{10}(19 - 14) = 29.5 + 5 = 34.5$$

ج- نجد المنوال، إن فئة المنوال ستكون الفئة الثالثة لأنها تُقابل أكبر تكرار أما قيمة المنوال فهي:

$$M_\circ = 29.5 + \frac{(10 - 8)}{(10 - 8) + (10 - 8)} * 10 = 34.5$$

نلاحظ من خلال النتائج أن المتوسطات الثلاثة متساوية.

2- إذا كان التوزيع ملتوٍ نحو اليمين فإن:

$$\overline{X} > M_e > M_\circ$$