المشتقة الاولى باستخدام التعريف :

تعريف : اذا كان ق(س) معرفا عند س١ في مجاله ، وكانت $\lim_{هـ \to 0} \frac{ق(س_١ + هـ) - ق(س_١)}{هـ}$ **موجودة**

فإن قيمة هذه النهاية تسمى المشتقة الاولى للاقتران عند س١ ، ويرمز لها بأحد الرموز الاتية:

$ق'(س_١)$ أو $ص'|_{س = س_١}$ أو $\frac{د ص}{د س}|_{س = س_١}$

ويمكن كتابتها على الصورة : $ق'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س}$

مثال(١) : جد المشتقة الاولى للاقتران ق(س) = $٢س + ٣$ **باستخدام التعريف.**

الحل: $ق'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س} = \lim_{ع \to س} \frac{٢ع + ٣ - (٢س + ٣)}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{٢ع + ٣ - ٢س - ٣}{ع - س} = \lim_{ع \to س} \frac{٢ع - ٢س}{ع - س} = \lim_{ع \to س} \frac{٢(ع - س)}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} ٢ = ٢$

مثال(٢) : جد المشتقة الاولى للاقتران ق(س) = $١ - ٢س^{٢}$ **باستخدام التعريف.**

الحل: $ق'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س} = \lim_{ع \to س} \frac{١ - ٢ع^{٢} - (١ - ٢س^{٢})}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{١ - ٢ع^{٢} - ١ + ٢س^{٢}}{ع - س} = \lim_{ع \to س} \frac{-٢ع^{٢} + ٢س^{٢}}{ع - س} = \lim_{ع \to س} \frac{-٢(ع^{٢} - س^{٢})}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{-٢(ع - س)(ع + س)}{ع - س} = \lim_{ع \to س} -٢(ع + س) = -٢(٢س) = -٤س$

مثال(٣) : جد المشتقة الاولى للاقتران ق(س) = $٤س^{٢} - ٣$ باستخدام التعريف، ثم جد $ق'(٣)$

الحل: $$ق'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س} = \lim_{ع \to س} \frac{٤ع^{٢} - ٣ - (٤س^{٢} - ٣)}{ع - س}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{٤ع^{٢} - ٣ - ٤س^{٢} + ٣}{ع - س} = \lim_{ع \to س} \frac{٤ع^{٢} - ٤س^{٢}}{ع - س} = \lim_{ع \to س} \frac{٤(ع^{٢} - س^{٢})}{ع - س}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{٤(ع - س)(ع + س)}{ع - س} = \lim_{ع \to س} ٤(ع + س) = ٤(٢س) = ٨س$$

$$ق'(٣) = ٨ \times ٣ = ٢٤$$

مثال(٤) : جد المشتقة الاولى للاقتران ق(س) = $٢س^{٣} + ٣$ باستخدام التعريف،

الحل: $$ق'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س} = \lim_{ع \to س} \frac{٢ع^{٣} + ٣ - (٢س^{٣} + ٣)}{ع - س}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{٢ع^{٣} + ٣ - ٢س^{٣} - ٣}{ع - س} = \lim_{ع \to س} \frac{٢ع^{٣} - ٢س^{٣}}{ع - س} = \lim_{ع \to س} \frac{٢(ع^{٣} - س^{٣})}{ع - س}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{٢(ع - س)(ع^{٢} + عس + س^{٢})}{ع - س} = \lim_{ع \to س} ٢(ع^{٢} + عس + س^{٢}) = ٢(٣س^{٢}) = ٦س^{٢}$$

مثال(٥) : اذا كان لاقتران ق(س) = $س + \sqrt{س}$ جد $ق'(٤)$ باستخدام التعريف،

الحل: $$ق'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س} = \lim_{ع \to س} \frac{ع + \sqrt{ع} - (س + \sqrt{س})}{ع - س}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{ع - س + \sqrt{ع} - \sqrt{س}}{ع - س} = \lim_{ع \to س} \frac{ع - س}{ع - س} + \lim_{ع \to س} \frac{\sqrt{ع} - \sqrt{س}}{ع - س} = ١ + \lim_{ع \to س} \frac{(\sqrt{ع} - \sqrt{س})}{(\sqrt{ع} - \sqrt{س})(\sqrt{ع} + \sqrt{س})}$$

$$= ١ + \lim_{ع \to س} \frac{١}{\sqrt{ع} + \sqrt{س}} = ١ + \frac{١}{٢\sqrt{س}}$$

$$ق'(٤) = ١ + \frac{١}{٢\sqrt{٤}} = ١ + \frac{١}{٤} = ١\frac{١}{٤}$$

مثال(٦) : اذا كان لاقتران ق(س) = $\frac{س^{٢}}{١-س}$ جد ق ´(س) باستخدام التعريف،

الحل:

$$ق´(س) = \lim_{ع \to س} \frac{ق(ع)-ق(س)}{ع-س} = \lim_{ع \to س} \frac{\frac{ع^{٢}}{١-ع} - \frac{س^{٢}}{١-س}}{ع-س}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{\frac{ع^{٢}(١-س)-س^{٢}(١-ع)}{(١-ع)(١-س)}}{ع-س} = \lim_{ع \to س} \frac{ع^{٢}(١-س)-س^{٢}(١-ع)}{(ع-س)(١-ع)(١-س)} = \lim_{ع \to س} \frac{ع^{٢}-ع^{٢}س-س^{٢}+ع س^{٢}}{(ع-س)(١-ع)(١-س)}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{ع^{٢}-ع^{٢}س-س^{٢}+ع س^{٢}}{(ع-س)(١-ع)(١-س)} = \lim_{ع \to س} \frac{ع^{٢}-س^{٢}}{(ع-س)(١-ع)(١-س)} + \lim_{ع \to س} \frac{-ع^{٢}س+ع س^{٢}}{(ع-س)(١-ع)(١-س)}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{(ع-س)(ع+س)}{(ع-س)(١-ع)(١-س)} + \lim_{ع \to س} \frac{-ع س(ع-س)}{(ع-س)(١-ع)(١-س)}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{(ع+س)}{(١-ع)(١-س)} + \lim_{ع \to س} \frac{-ع س}{(١-ع)(١-س)}$$

$$= \frac{٢س}{(١-س)^{٢}} + \frac{-س^{٢}}{(١-س)^{٢}} = \frac{٢س-س^{٢}}{(١-س)^{٢}}$$

مثال(٧) : اذا كان ق(س) = (س – أ) ل(س) ، حيث ل متصل عند س = أ باستخدام التعريف

بين أن ق ´(أ) = ل(أ) حيث أ ثابت

الحل: $ق´(س) = \lim_{ع \to س} \frac{ق(ع)-ق(س)}{ع-س} = \lim_{ع \to س} \frac{(ع-أ)ل(ع)-(س-أ)ل(س)}{ع-س}$

$$ق´(أ) = \lim_{ع \to أ} \frac{(ع-أ)ل(ع)-(أ-أ)ل(أ)}{ع-أ} = \lim_{ع \to أ} \frac{(ع-أ)ل(ع)}{ع-أ} = \lim_{ع \to أ} ل(ع) = ل(أ)$$

مثال (٨) : اذا كان $ن'(٣) = ٥$ جد $\lim_{هـ \to ٠} \frac{ن(٣+٤هـ) - ن(٣)}{٥هـ}$

الحل : نفرض أن م = ٤ هـ ⟵ $هـ = \frac{م}{٤}$

عندما هـ ⟵ ٠ فان م ⟵ ٠

$$\lim_{هـ \to ٠} \frac{ن(٣+٤هـ) - ن(٣)}{٥هـ} = \lim_{م \to ٠} \frac{ن(٣+م) - ن(٣)}{٥ \times \frac{م}{٤}}$$

$$\frac{٤}{٥} \lim_{م \to ٠} \frac{ن(٣+م) - ن(٣)}{م} = \frac{٤}{٥} \times ن'(٣) = \frac{٤}{٥} \times ٥ = ٤$$

مثال (٩) : اذا كان $ن'(٠) = -٦$ جد $\lim_{هـ \to ٠} \frac{ن(٠) - ن(٥هـ)}{٢هـ}$

الحل :

$$ن'(٠) = \lim_{م \to ٠} \frac{ن(٠+م) - ن(٠)}{م} = \lim_{م \to ٠} \frac{ن(م) - ن(٠)}{م}$$

$$\lim_{هـ \to ٠} \frac{ن(٠) - ن(٥هـ)}{٢هـ} = - \lim_{هـ \to ٠} \frac{ن(٥هـ) - ن(٠)}{٢هـ}$$

نفرض أن م = ٥ هـ ⟵ $هـ = \frac{م}{٥}$

عندما هـ ⟵ ٠ فان م ⟵ ٠

$$= - \lim_{هـ \to ٠} \frac{ن(م) - ن(٠)}{٢ \times \frac{م}{٥}} = - \frac{٥}{٢} \lim_{م \to ٠} \frac{ن(م) - ن(٠)}{م} = - \frac{٥}{٢} \times ن'(٠)$$

$$= \frac{-٥}{٢} \times -٦ = -٥ \times -٣ = ١٥$$

مثال (١٠) : اذا كان $ن'(٤) = ٦$ جد $\lim_{هـ \to ٠} \frac{ن(٤-٢هـ) - ن(٤+٥هـ)}{هـ}$

الحل :

$$\lim_{هـ \to ٠} \frac{ن(٤-٢هـ) - ن(٤+٥هـ)}{هـ} = \lim_{هـ \to ٠} \frac{ن(٤-٢هـ) - ن(٤) + ن(٤) - ن(٤+٥هـ)}{هـ}$$

$$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{ن(٤+^{-}٢هـ) - ن(٤)}{هـ} + \lim_{هـ \to ٠} \frac{ن(٤) - ن(٤+٥هـ)}{هـ}$$

نفرض أن م = -٢ هـ ⟵ $هـ = \frac{م}{^{-}٢}$ | نفرض أن م = ٥هـ ⟵ $هـ = \frac{م}{٥}$

عندما هـ ⟵ ٠ فان م ⟵ ٠ | عندما هـ ⟵ ٠ فان م ⟵ ٠

$$= \lim_{م \to ٠} \frac{ن(٤+م) - ن(٤)}{\frac{م}{^{-}٢}} + \lim_{م \to ٠} \frac{ن(٤+م) - ن(٤)}{\frac{م}{٥}}$$

$$= ^{-}٢ \lim_{م \to ٠} \frac{ن(٤+م) - ن(٤)}{م} + ٥ \lim_{م \to ٠} \frac{ن(٤+م) - ن(٤)}{م}$$

$$= ^{-}٢ن'(٤) - ٥ن'(٤)$$

$$= ^{-}٢ \times ٦ - ٥ \times ٦ = ^{-}١٢ - ٣٠ = ^{-}٤٢$$