<u>متسلسلات القوى</u> : **الهدف من متسلسلات القوى هو تحويل أي اقتران يصعب التعامل معه إلى اقتران كثير حدود وبكتب على شكل متسلسلة يسهل التعامل معه.**

<u>أولاً : متسلسلة تايلور:</u> وهو اعادة كتابة الاقتران على شكل متسلسلة ويكون حول نقطة معينة $س_\circ$

بحيث :

$$ق(س) = ق(س_\circ) + \frac{ق'(س_\circ)(س - س_\circ)^{١}}{!١} + \frac{ق''(س_\circ)(س - س_\circ)^{٢}}{!٢} + \frac{ق'''(س_\circ)(س - س_\circ)^{٣}}{!٣} + \cdots\cdots + \frac{ق^{ن}(س_\circ)(س - س_\circ)^{ن}}{!ن}$$

<u>ثانياً : متسلسلة ماكلورين :</u> وهو اعادة كتابة الاقتران على شكل متسلسلة ويكون حول النقطة <u>صفر</u>

بحيث :

$$ق(س) = ق(٠) + \frac{ق'(٠)(س)^{١}}{!١} + \frac{ق''(٠)(س)^{٢}}{!٢} + \frac{ق'''(٠)(س)^{٣}}{!٣} + \cdots\cdots + \frac{ق^{ن}(٠)(س)^{ن}}{!ن}$$

<u>مثال (١)</u> : جد مفكوك تايلور للاقتران $ق(س) = \text{جتا}س$ **عندما** $س = ٢\pi$

<u>الحل</u> :-

$ق(س) = \text{جتا}س$ ، $ق(٢\pi) = \text{جتا}٢\pi = ١$

$ق'(س) = {}^{-}\text{جا}س$ ، $ق'(٢\pi) = {}^{-}\text{جا}٢\pi = ٠$

$ق''(س) = {}^{-}\text{جتا}س$ ، $ق''(٢\pi) = {}^{-}\text{جتا}٢\pi = {}^{-}١$

$ق'''(س) = \text{جا}س$ ، $ق'''(٢\pi) = \text{جا}٢\pi = ٠$

$ق^{(٤)}(س) = \text{جتا}س$ ، $ق^{(٤)}(٢\pi) = \text{جتا}٢\pi = ١$

$\leftarrow$

$$ق(س) = \text{جتا}س = ق(٢\pi) + ق'(٢\pi)(س - ٢\pi) + \frac{ق''(٢\pi)(س - ٢\pi)^{٢}}{!٢} + \frac{ق'''(٢\pi)(س - ٢\pi)^{٣}}{!٣} + \frac{ق^{(٤)}(٢\pi)(س - ٢\pi)^{٤}}{!٤} + \cdots$$

$$ق(س) = \text{جتاس} = ١ - \frac{(س-٢\pi)^{٢}}{٢!} + \frac{(س-٢\pi)^{٤}}{٤!} + \cdots$$

$$ق(س) = \text{جتاس} = \sum_{ن=٠}^{\infty} \frac{(^-١)^{ن}\,(س-٢\pi)^{٢ن}}{٢ن!}$$

أما إذا كان عندما $س_{\circ} = ٠$

فإن : $$ق(س) = \text{جتاس} = \sum_{ن=٠}^{\infty} \frac{(^-١)^{ن}\,(س)^{٢ن}}{٢ن!}$$

<u>مثال (٢)</u> : جد مفكوك ماكلورين للاقتران $ق(س) = \text{جاس}$

<u>الحل</u> : مفكوك ماكلورين عند $س_{\circ} = ٠$

$ق(س) = \text{جاس}$	$ق(٠) = \text{جا}٠ = ٠$
$ق'(س) = \text{جتاس}$	$ق'(٠) = \text{جتا}٠ = ١$
$ق''(س) = {}^-\text{جاس}$	$ق''(٠) = {}^-\text{جا}٠ = ٠$
$ق'''(س) = {}^-\text{جتاس}$	$ق'''(٠) = {}^-\text{جتا}٠ = {}^-١$
$ق^{(٤)}(س) = \text{جاس}$	$ق^{(٤)}(٠) = \text{جا}٠ = ٠$

$$ق(س) = \text{جاس} = ق(٠) + ق'(٠)(س) + \frac{ق''(٠)(س)^{٢}}{٢!} + \frac{ق'''(٠)(س)^{٣}}{٣!} + \frac{ق^{(٤)}(٠)(س)^{٤}}{٤!} + \cdots$$

$$ق(س) = \text{جاس} = س - \frac{س^{٣}}{٣!} + \frac{س^{٥}}{٥!} - \frac{س^{٧}}{٧!} \cdots + \frac{(^-١)^{ن}\,س^{٢ن+١}}{(٢ن+١)!}$$

$$ق(س) = \sum_{ن=٠}^{\infty} \frac{(^-١)^{ن}\,س^{٢ن+١}}{(٢ن+١)!}$$

مثال (٣) : أكتب الاقتران $ق(س) = \frac{١}{١-٢س}$ باستخدام متسلسلة ماكلورين

الحل : ماكلورين يعني عند $س_{٠} = ٠$

$$ق(س) = \frac{١}{١-٢س} \qquad ق(٠) = ١$$

$$ق'(س) = \frac{٢}{(١-٢س)^{٢}} \qquad ق'(٠) = ٢$$

$$ق''(س) = \frac{-٢ \times ٢(١-٢س) \times -٢}{(١-٢س)^{٤}} = \frac{٨}{(١-٢س)^{٣}} \qquad ق''(٠) = ٨$$

$$ق'''(س) = \frac{-٨ \times ٣(١-٢س)^{٢} \times -٢}{(١-٢س)^{٦}} = \frac{٤٨}{(١-٢س)^{٤}} \qquad ق'''(٠) = ٤٨$$

←

$$ق(س) = \frac{١}{١-٢س} = ق(٠) + ق'(٠)(س) + \frac{ق''(٠)(س)^{٢}}{٢!} + \frac{ق'''(٠)(س)^{٣}}{٣!} + \frac{ق^{(٤)}(٠)(س)^{٤}}{٤!} + \cdots$$

$$ق(س) = \frac{١}{١-٢س} = ١ + ٢س + ٤س^{٢} + ٨س^{٣} + \cdots$$

$$ق(س) = \sum_{ن=٠}^{\infty} (٢س)^{ن}$$

مثال (٤): أكتب الاقتران $ق(س) = جا^{٢}س$ باستخدام متسلسلات القوى عند $س_{٠} = ٠$

الحل : باستخدام المتطابقات المثلثية ومتسلسلة ماكلورين لاقتران الجيب

$$جا^{٢}س = \frac{١-جتا٢س}{٢} = \frac{١}{٢} - \frac{١}{٢}جتا٢س$$

وأيضاً $$جتاس = \sum_{ن=٠}^{\infty} \frac{(-١)^{ن}(س)^{٢ن}}{٢ن!}$$

$$جتا٢س = \sum_{ن=٠}^{\infty} \frac{(-١)^{ن}(٢س)^{٢ن}}{٢ن!}$$

$$جتا٢س = ١ - ٢جا^{٢}س$$

$$٢جا^{٢}س = ١ - جتا٢س$$

$$جا^{٢}س = \frac{١-جتا٢س}{٢}$$

$$\text{جا}^{٢}\text{س} = \frac{١}{٢} - \frac{١}{٢} \sum_{\text{ن}=٠}^{\infty} \frac{(^{-}١)^{\text{ن}} (٢\text{س})^{٢\text{ن}}}{(٢\text{ن})!}$$

سؤال : **جد تمثيل الاقتران** $\text{ق}(\text{س}) = \text{جتاس}$ **باستخدام متسلسلة تايلور عند** $\text{س}_{٠} = \frac{\pi}{٣}$