قانون السلسلة

للتذكر : ($ن \circ هـ(س) = ن(هـ(س))$ هو اقتران مركب من ق ، هـ)

مثال : اذا كان $هـ(س) = س^{٢} + ١$ ، $ن(ع) = ع^{٣}$

جد $ن \circ هـ(س) = ن(هـ(س)) = ن(س^{٢} + ١) = (س^{٢} + ١)^{٣}$

قاعدة السلسلة : اذا كانت ص = ق(ع) ، ع = هـ (س) ، وكان(ق) قابلاً للاشتقاق عند هـ(س)

مدى هـ $\subseteq$ مجال ق ، فإن :

$$\frac{د\ ص}{د\ س} = \frac{د\ ص}{د\ ع} \times \frac{د\ ع}{د\ س}$$

أي أن $(ن \circ هـ)'(س) = ن'(هـ(س)) \times هـ'(س)$

مثال (١) : اذا كان $ن(س) = س^{٣} + س$ ، $هـ(س) = س^{٢}$ ، جد :

١) $(ن \circ هـ)'(س)$ ٢) $(هـ \circ هـ)'(٢)$

الحل : ١) $(ن \circ هـ)'(س) = ن'(هـ(س)) \times هـ'(س)$

$ن'(س) = ٣س^{٢} + ١$ ، $هـ'(س) = ٢س$

$(ن \circ هـ)'(س) = ٢س \times (س^{٢})' ن'(س)$

$= ٢س \times (١ + ٣س^{٤}) = ٦س^{٥} + ٢س$

٢) $(هـ \circ هـ)'(س) = هـ'(هـ(س)) \times هـ'(س)$

$= ٢(س^{٢}) \times ٢س = ٤س^{٣}$

$(هـ \circ هـ)'(٢) = ٤(٢)^{٣} = ٤ \times ٨ = ٣٢$

مثال (٢) : اذا كان $ص = ع^{٣} + ١$ ، $ع = ٣س + ٥$ جد $\frac{د\ ص}{د\ س}$

الحل : $\frac{د\ ص}{د\ س} = \frac{د\ ص}{د\ ع} \times \frac{د\ ع}{د\ س} = ٣ع^{٢} \times ٣ = ٩ع^{٢} = ٩(٣س + ٥)^{٢}$

مثال (٣) : **اذا كان** $ص = م^{٢} + ٣م$ ، $م = س^{٣} - ٤$ **جد** $\frac{د ص}{د س}$

الحل : $\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د م} \times \frac{د م}{د س} = (٢م + ٣)(٣س^{٢}) = (٢(س^{٣} - ٤) + ٣)(٣س^{٢})$

$= (٢س^{٣} - ٨ + ٣)(٣س^{٢}) = (٢س^{٣} - ٥)(٣س^{٢}) = ٦س^{٥} - ١٥س^{٢}$

مثال (٤) : **اذا كان ق ، هـ اقترانين معرفين عل ح وقابلين للاشتقاق عل مجاليهما ، وكان**

$ن(١٠) = ٢^{-}$ $\quad$ $ن'(١٠) = ٢$ $\quad$ $هـ'(٢^{-}) = \frac{١}{٢}$

جد $(هـ \circ ن)'(١٠)$

الحل : $(هـ \circ ن)'(١٠) = هـ'(ن(١٠)) \times ن'(١٠)$

$= هـ'(٢^{-}) \times ٢ = \frac{١}{٢} \times ٢ = ١$

مثال (٥) : **اذا كان** $ن(س) = \sqrt{٨س + ١}$ ، $ع(س) = ١س^{٣}$ ، **وكان**

$(ع \circ ن)'(٣) = ١٢$ **جد قيمة أ**

الحل : $ن'(س) = \frac{١}{٢\sqrt{٨س+١}}$ ، $ع'(س) = ٣أس^{٢}$

$(ع \circ ن)'(٣) = ع'(ن(٣)) \times ن'(٣)$

$١٢ = ع'(٢) \times \frac{١}{٤}$

$١٢ = ٤ \times ٣أ \times \frac{١}{٤}$

$١٢ = ٣أ$ $\longleftarrow$ أ = ٤

مثال (٦) : **اذا كان** $ص = ع^{٢} - ٥ع$ ، $ع = \frac{١}{س+١}$ ، جد $\frac{د ص}{د س}$ عند س = ٠

الحل :

$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$

$= (٢ع - ٥) \times (\frac{-١}{(س+١)^{٢}})$

$= (\frac{٢}{س+١} - ٥) \times (\frac{-١}{(س+١)^{٢}})$

$\frac{د ص}{د س}_{(س=٠)} = (٢ - ٥) \times \frac{-١}{١} = -١ \times -٣ = ٣$

مثال(٧) : **جد معادلة المماس لمنحنى العلاقة** $ص = س ن(س^{٢} + ١)$ **عندما س = ٢،**

علماً بأن ق(س) قابلا للاشتقاق ، $ن'(٥) = ٣$ ، $ن(٥) = ١^{-}$

الحل : $\frac{د ص}{د س} = س \times ن'(س^{٢} + ١) \times ٢س + ن(س^{٢} + ١) \times ١$

ميل المماس = $\left|\frac{د ص}{د س}\right|_{س=٢}$

$= ٢ \times ن'(٥) + ٤ \times ن(٥) \times ١ = ٨ \times ٣ + ١^{-} = ٢٣$

$ن(٢) = ٢ \times ن(٥) = ٢^{-}$ ⟵ **نقطة التماس (٢، ق(٢)) = (٢ ، -٢)**

معادلة المماس : $(ص - ص_{١}) = م(س - س_{١})$

$(ص - ٢^{-}) = ٢٣(س - ٢)$

$ص + ٢ = ٢٣س - ٤٦$ ⟵ $ص = ٢٣س - ٤٨$

مثال (٨) : **اذا كان** $ص = ن^{٢} + ٥ن$ **وكانت** $\left|\frac{د ن}{د س}\right|_{ن=١} = ٢$

جد $\left|\frac{د ص}{د س}\right|_{ن=١}$

الحل : $\frac{د ص}{د ن} = ص' = ٢ن + ٥$

$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ن} \times \frac{د ن}{د س}$

$\left|\frac{د ص}{د س}\right|_{ن=١} = ٢ \times (٥ + ١ \times ٢) = ٢ \times ٧ = ١٤$

مثال (٩) : **اذا كان** $ص = ن(س^{٣} + س)$ ، **وكان** $ن'(١٠^{-}) = ٧$ **جد** $\left|\frac{د ص}{د س}\right|_{س=٢^{-}}$

الحل : $ص' = ن'(س^{٣} + س) \times (٣س^{٢} + ١)$

$ص'(٢^{-}) = ن'(٨^{-} + ٢^{-}) \times (٣ \times ٤ + ١) = ن'(١٠^{-}) \times ١٣ = ٧ \times ١٣ = ٩١$

مثال (١٠) : اذا كان $ص = ن(س^{٢} + ٢س)$ ، وكان $ن'(٣) = ٥$ جد $\left.\frac{د ص}{د س}\right|_{س=١}$

الحل : $ص' = ن'(س^{٢} + ٢س) \times (٢س + ٢)$

$$ص'(١) = ن'(٢ + ١ \times ٢) \times (٢ + ١)' ن = ن'(٣) \times ٤ = ٥ \times ٤ = ٢٠$$

مثال (١١) : اذا كان $ن(٢س) = ٣س^{٢} + ٨س$ ، جد $ن'(٢)$

الحل : $ن'(٢س) \times ٢ = ٦س + ٨$ ، عندما ٢س = ٢ ⟵ س = ١

$$ن'(٢ \times ١) \times ٢ = ٦ \times ١ + ٨$$

$$٢ن'(٢) = ١٤ \longleftarrow ن'(٢) = ٧$$

مثال (١٢) : اذا كان $ن(٤س) = \frac{د ص}{د س}(س^{٢} + ٣)$ ، جد $ن'(٤)$

الحل : $ن(٤س) = ٢س$

$ن'(٤س) \times ٤ = ٢$ ، عندما ٤س = ٤ ⟵ س = ١

$$ن'(٤ \times ١) \times ٤ = ٢$$

$$٤ن'(٤) = ٢ \longleftarrow ن'(٤) = \frac{٢}{٤} = \frac{١}{٢}$$