الاشتقاق الضمني:

عندما تكون العلاقة بين المتغيرين صريحة (ص معرفة بدلالة س) نشتق ص باستخدام قواعد الاشتقاق ، لكن أحياناً تكون العلاقة بشكل ليس من السهل كتابة ص بدلالة س ، فنسميها علاقة ضمنية ، ونجد

$\frac{د ص}{د س}$ **بطريقة تسمى الاشتقاق الضمني .**

مثال (١) : اذا كان $س^{٢} + ص^{٢} + ١ = ٤س - ص$ **جد** $\frac{د ص}{د س}$ **ثم جد**

$\frac{د ص}{د س}$ **عند النقطة (١ ، ١)**

الحل : نشتق طرفي العلاقة ضمنيا بالنسبة لـ س:

$$٢س + ٢ص ص' = ٤ - ص'$$

$$٢ص ص' + ص' = ٤ - ٢س$$ **(تجميع الحدود التي تحوي على** $ص'$ **على جهة واحدة)**

$$ص'(٢ص + ١) = ٤ - ٢س$$ **(اخراج** $ص'$ **عامل مشترك من الطرف الايمن)**

$$ص' = \frac{٤-٢س}{٢ص+١}$$

$\frac{د ص}{د س}$ **عند النقطة (١،١)** $= \frac{٤-٢\times١}{١+١\times٢} = \frac{٤-٢}{١+٢} = \frac{٢}{٣}$

مثال (٢) : جد $\frac{د ص}{د س}$ **عند النقطة (١ ، ١) في العلاقة** $(س + ص)^{٣} - ٣ص^{٢} = ٥$

الحل : $٣(س + ص)^{٢} \times (١ + ص') - ٦ص \times ص' = ٠$

وبالتعويض في النقطة (١، ١) : $٣(١+١)^{٢} \times (١ + ص') - ٦ \times ١ \times ص' = ٠$

$$٣ \times ٤ \times (١ + ص') - ٦ص' = ٠$$

$$١٢(١ + ص') - ٦ص' = ٠$$

$$١٢ + ١٢ص' - ٦ص' = ٠$$

$$١٢ + ٦ص' = ٠$$

$$٦ص' = -١٢ \longleftarrow ص' = -٢$$

مثال(٣) : اذا كان $ص = ع^{٣} + ١$ ، $س^{٢} ع = ع^{٢} - ٢$

جد $\frac{د ص}{د س}$ عندما ع = ٢ ، س > ٠

الحل : $\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$

$\frac{د ص}{د ع} = ٣ع^{٢}$

$\frac{د ع}{د س}$: $س^{٢} \times ع' + ع \times ٢س = ٢عع'$

$س^{٢} ع' - ٢عع' = -٢عس$

$ع'(س^{٢} - ٢ع) = -٢عس$

$\frac{د ع}{د س} = ع' = \frac{-٢عس}{س^{٢} - ٢ع}$

عندما ع = ٢ ⟵ $س^{٢} \times ٢ = ٢^{٢} - ٢ = ٢$

$٢س^{٢} = ٢$ ⟵ $س^{٢} = ١$

⟵ $س = \pm ١$ (س = -١ نهملها لان من معطيات السؤال س> ٠)

⟵ س = ١

$$\frac{د ص}{د س}_{\substack{ع=٢ \\ س=١}} = ٣(٢)^{٢} \times \frac{-١ \times ٢ \times ٢}{(١)^{٢} - ٢ \times ٢} = ١٢ \times \frac{-٤}{-١} = ١٢ \times \frac{-٤}{-٣} = ١٦$$

مثال (٤) : جد $\frac{د ص}{د س}$ للعلاقة $س^{٣} + س ص + ٢ص^{٢} = ٥$

الحل : $٣س^{٢} + س ص' + ص \times ١ + ٤ص ص' = ٠$

$س ص' + ٤ص ص' = -٣س^{٢} - ص$

$ص'(س + ٤ص) = -٣س^{٢} - ص$

$\frac{د ص}{د س} = ص' = \frac{-٣س^{٢} - ص}{س + ٤ص}$

مثال (٥) : جد $\frac{د ص}{د س}$ للعلاقة $ص^{٢} + ٣ص - ٤س^{٣} = ٥س + ١$

الحل : $٢ص ص' + ٣ص' - ١٢ س^{٢} = ٥$

$ص'(٢ص + ٣) = ٥ + ١٢ س^{٢}$

$$\frac{د ص}{د س} = ص' = \frac{٥ + ١٢ س^{٢}}{٢ص + ٣}$$

مثال (٦) : جد $\frac{د ص}{د س}$ للعلاقة $ص^{٢} = \frac{س}{س + ١}$

الحل : $$٢ص ص' = \frac{(س+١) \times ١ - س \times ١}{(س+١)^{٢}} = \frac{س + ١ - س}{(س+١)^{٢}} = \frac{١}{(س+١)^{٢}}$$

$$\frac{د ص}{د س} = ص' = \frac{١}{٢ص (س+١)^{٢}}$$

مثال (٧) : اذا كان $\frac{٢}{س} + \frac{٣}{ص} = ٥س ص$ ، $س ، ص \neq ٠$ جد $\frac{د ص}{د س}$ عند $(١ ، ١)$

الحل : نضرب طرفي المعادلة بـ س ص

$$\frac{٢}{س}(س ص) + \frac{٣}{ص}(س ص) = (٥س ص)(س ص) \quad ، \quad س ، ص \neq ٠$$

$٢ص + ٣س = ٥س^{٢} ص^{٢}$

$٢ص' + ٣ = ٥س^{٢} \times ٢ص ص' + ص^{٢} \times ١٠ س$

$٢ص' - ١٠ س^{٢} ص ص' = ١٠ س ص^{٢} - ٣$

$ص'(٢ - ١٠ س^{٢} ص) = ١٠ س ص^{٢} - ٣$

$$\frac{د ص}{د س} = ص' = \frac{١٠ س ص^{٢} - ٣}{٢ - ١٠ س^{٢} ص}$$

عند $(١ ، ١)$ $$\frac{د ص}{د س} = ص' = \frac{١٠ \times ١ \times ١ - ٣}{٢ - ١٠ \times ١ \times ١} = \frac{١٠ - ٣}{٢ - ١٠} = \frac{٧}{-٨}$$

مثال (٨) : جد $\frac{د ص}{د س}$ للعلاقة $(س + ص)^{٤} = س^{٢}$ عند النقطة (١، ٠)

الحل : $٤(س + ص)^{٣} \times (١ + ص`) = ٢س$

$٤(١ + ٠)^{٣} \times (١ + ص`) = ١ \times ٢$

$٤(١ + ص`) = ٢ \longleftarrow ٤ + ٤ص` = ٢$

$٤ص` = -٢$

$\frac{د ص}{د س} = ص` = \frac{-٢}{٤} = \frac{-١}{٢}$

مثال (٩) : جد النقطة عل منحنى $\sqrt{س} + \sqrt{ص} = ٣$ التي يكون عندها المماس أفقياً.

الحل : المماس افقيا يعني ان ص` عند نقطة التماس يساوي صفر

$\frac{١}{٢\sqrt{س}} + \frac{ص`}{٢\sqrt{ص}} = ٠$

$\frac{١}{٢\sqrt{س}} = \frac{-ص`}{٢\sqrt{ص}}$

$-٢\sqrt{س}ص` = ٢\sqrt{ص}$

$ص` = \frac{٢\sqrt{ص}}{-٢\sqrt{س}} = \frac{-\sqrt{ص}}{\sqrt{س}}$

عندما ص` = ٠ $\longleftarrow$ $-\sqrt{ص} = ٠$ $\longleftarrow$ ص = ٠

لإيجاد قيمة الاحداثي السيني للنقطة : $\sqrt{س} + ٠ = ٣$

$\sqrt{س} = ٣ \longleftarrow$ س = ٩

النقطة هي (٩ ، ٠)