# نظرية صفوف الانتظار

أوهاج بابدين عمر

ماجستير محاسبة وتمويل

تتكون الصفوف عندما يصل عدد كبير من طالبي الخدمة فى نفس الوقت، وهذه مواقف شائعة[1]. إن الهدف الرئيسي من نظرية الصفوف هو العمل على تخفيض الوقت الذي ينتظره العميل حتى يستطيع الحصول على السلعة التى يحتاجها. ويعتبر انتظار العملاء وقتا طويلا حتى يستطيعوا الحصول على الخدمة التى يحتاجونها مؤثرًا على رأيهم، وقد يخفض الطلب على الخدمات والسلع المعروضة.

## المفاهيم الأساسية لنظرية الصفوف

تشمل ستة مفاهيم أساسية هي :

١ . معدلات وصول العملاء طالبي الخدمة.

٢ . معدلات انصراف العملاء طالبي الخدمة.

٣ . قنوات الخدمة.

٤ . نظام الخدمة.

٥ . مصدر العملاء.

٦ . الحد الأقصى للعملاء الممكن وجودهم فى مراكز الخدمة.

## خطوط الانتظار

تظهر خطوط الانتظار عندما يصل العملاء للحصول على خدمة معينة ولا يستطيعون الحصول عليها حالاً، وبالتالي يمكن تعريف خط الانتظار بأنه عبارة عن تراكم أفراد أو آلات في انتظار إمدادهم بخدمة معينة.

[1] د. العليش محمد الحسن-مذكرة بحوث عمليات الجزء الثانى جامعة النيلين السودان- ط ابريل 2003 ص(42, 43 )

**طول خط الانتظار**

يشير طول خط الانتظار إلى عدد الأشخاص او الوحدات التى تنتظر إمدادها بخدمة معينة، ويشمل طول خط الانتظار الأشخاص والوحدات التى دخلت مركز الخدمة وبدأت عمليات إمدادها بالخدمة ولم تنته بعد .

**نظام إمداد العملاء أو الوحدات بالخدمة**

يشير نظام خط الانتظار إلى الترتيب الذي بواسطته يتم امداد العملاء والوحدات بالخدمة التى يطلبونها ، وهنالك عدة طرق لهذا الترتيب هي :

١ . خدمة الوحدات طالبة الخدمة طبقا لترتيب وصولها[1] .

٢ . إعطاء أولوية فى تقديم الخدمة طبقا لظروف العملاء .

٣ . إمداد العملاء بالخدمات طبقا لاختيار عشوائي .

ومن الملاحظ أن أطول خط للانتظار يتوقف على العلاقة بين معدلات وصول العملاء وطاقة مراكز الخدمة : فإذا كان معدلات وصول العملاء أكثر بكثير من طاقة مراكز الخدمة فإن خط الانتظار سيكون طويلا، أما إذا كان معدلات وصول العملاء أقل بكثير من طاقة مراكز الخدمة فإن خط الانتظار سيكون قصيرا، إذا كنا تهتم بانتظار العملاء، أما اذا كان الاهتمام بانتظار مراكز الخدمة أو بمعنى أخر إذا كان يهمنا الوقت المعطل الذي تنتظره مراكز الخدمة فإن طول خط الانتظار للمراكز سيكون قصيرا إذا كان معدلات وصول العملاء أكبر من طاقة مراكز الخدمة ( أي أن خط انتظار العملاء طويل )، وبالعكس سيكون طول خط الانتظار لمراكز الخدمة طويلا إذا كانت معدلات وصول العملاء أقل من طاقة مراكز الخدمة ( أي أن خط انتظار العملاء قصير ) .

**كثافة التشغيل = عدد العملاء المتوقعين فى فترة زمنية معينة ÷ الطاقة الانتاجية لوحدات الخدمة خلال فترة زمنية معينة**

**وقت الانتظار المتوقع = معدل التشغيل المتوقع ÷ طاقة وحدات الخدمة**

المصطلحات الرياضية لصفوف الانتظار

[1] مصدر سابق الصفحات (43، 50, 44، 55)

معدلات الوصول λ

معدل أداء الخدمة μ

الوقت المتوقع بين وصول طالبي الخدمة في المتوسط λ t

الوقت المتوقع لأداء خدمة للعميل فى المتوسط μ t

معامل الاستخدام P

وقت الانتظار، ويمثل الفرق بين وصول العميل ووقت بدء الخدمة[1] wq

الوقت الكلى الذي يقضيه العميل حتى تؤدى له الخدمة فى المتوسط w

طول صف الانتظار اى عدد العملاء فى الصف Lq

احتمال وجود عدد من الوحدات في صفوف الانتظار عند لحظة معينة من الزمن Pn

عدد مراكز اداء الخدمة K

مثال:

يبلغ عدد السفن التي تصل الى ميناء بور تسودان ( ٤٠ ) سفينة أسبوعيا ويبلغ معدل التفريغ فى الميناء ( ٥٠ ) سفينة أسبوعيا، علما أن هنالك رصيف واحد لتأدية خدمة التفريغ.

المطلوب: حساب كلاً مما يلي:

١. الوقت المتوقع بين وصول السفن.

٢. الوقت المتوقع لتفريغ السفن.

٣. درجة كثافة الحركة فى الميناء.

٤. الوقت المنقضي قبل تفريغ السفينة.

٥. الوقت الكلي للانتظار.

٦. طول صف الانتظار.

الحل:

λ = 40

μ = 50

[1] مصدر سابق، الصفحات: (55، 60، 61)

الوقت المتوقع بين وصول السفن ( أسبوع ) :

$$\lambda t = 1 \div 40 = 0.025$$

الوقت المتوقع لتفريغ السفن[1] ( أسبوع ) :

$$\mu t = 1 \div 50 = .02$$

درجة كثافة الحركة فى الميناء :

$$P = \lambda \div \mu = 40 \div 50 = 0.80$$

الوقت المنقضي قبل تفريغ السفينة :

$$Wq = \lambda \div \mu (\mu - \lambda) = 40 \div 50 (50-40) = 0.08 \text{ week} = 13.44 \text{ hrs}$$

الوقت الكلي للانتظار :

$$W = 1 \div ( \mu - \lambda) = 1 \div (50 - 40) = .1 \text{ week} = 16.8 \text{hrs}$$

طول صف الانتظار :

$$Lq = \lambda \div ( \mu - \lambda) = 40 \div (50 - 40) = 4$$

يرى الباحث أن وحدة القياس الشائع هي الساعة في الأعمال والدليل على ذلك هو تحديد ساعات العمل للعمال وفق القوانين الدولية، وبناء على هذا استبدل الباحث بعض قوانين نظرية صفوف الانتظار بقوانين أخرى لتسهيل عملية الفهم مباشرة دون الرجوع لإجراء عمليات حسابية كل مرة كالآتي :

تحويل الأسابيع والأيام إلى ساعات / دقيقة

الوقت المتوقع بين وصول السفن – وحدة معدل الوصول = ٦٠ دقيقة ÷ $\lambda$

الوقت المتوقع لتفريغ السفن – وحدة معدل أداء الخدمة = ٦٠ دقيقة ÷ $\mu$

الوقت المنقضي قبل تفريغ السفينة :

$$Wq = (\mu t)^2 \div (\lambda t - \mu t)$$

الوقت الكلي للانتظار :

$$W = (\mu t)(\lambda t) \div ( \lambda t - \mu t)$$

طول صف الانتظار :

$$Lq = (\mu t) \div ( \lambda t - \mu t)$$

[1] مصدر سابق الصفحات (61، 62)

كثافة التشغيل = ( μ t ) ÷ ( λ t )

مثال[1] :

أجريت دراسة ميدانية لحركة تردد المستهلكين على خزينة احد المجمعات الاستهلاكية , وقد تبين من تلك الدراسة ان مواطن يصل أمام شباك الخزينة كل دقيقتين وان موظف الخزينة يستطيع قبول ٤٠ كوبون من المستهلكين فى الساعة .

المطلوب :

١ . عدد المستهلكين فى صف الانتظار .

٢ . وقت انتظار المستهلك قبل توريد النقدية فى صف الانتظار .

٣ . وقت الانتظار الكلي .

٤ . كثافة التشغيل .

الحل :

λ t =60÷30 =2

μ t= 60÷40=1.50

عدد المستهلكين فى صف الانتظار

Lq = (μ t)÷ ( λ t - μ t)

Lq= = (1.50)÷ ( 2- 1.50) =3

وقت انتظار المستهلك قبل توريد النقدية فى صف الانتظار :

Wq = (μ t)^2 ÷ (λ t - μ t) = (1.50)^2 ÷ (2-1.5) = 4.5 m

الوقت الكلي للانتظار :

W = (μ t) (λ t) ÷( λ t - μ t)

W = (1.50) (2) ÷( 2 – 1.50) = 6 m

كثافة التشغيل :

(μ t) ÷ (λ t)

(1.5) ÷ (2) = 0.75

[1] مصدر سابق ص (63)