التجزئة والفترات الجزئية :

تعريف : إذا كانت [أ ، ب] فترة مغلقة ، وكانت $\sigma_ن$ = { أ = س. ، س١ ، س٢ ،.... ، سن = ب}

حيث س. < س١ < س٢ <.... < سن ، فإننا نسمي $\sigma_ن$ تجزئة نونية للفترة [أ ، ب]

وتسمى الفترة $[س_{ر-١}، س_ر]$ الفترة الجزئية الرائية ، وطولها = $\Delta س_ر = س_ر - س_{ر-١}$

طول الفترة الكلية = مجموع أطوال جميع الفترات الجزئية

بالرموز $\sum_{ر=١}^{ن} (س_ر - س_{ر-١}) = ب - أ$

نلاحظ من التعريف ، أنه لأي تجزئة $\sigma_ن$ لفترة ما يجب أن يكون :

١) الفترة مغلقة . ٢) تبدأ التجزئة من بداية الفترة وتنتهي بنهايتها .

٣) عناصر التجزئة مرتبة ترتيباً تصاعدياً.

ملاحظة : عدد الفترات الجزئية الناتجة عن التجزئة $\sigma_ن$ يساوي ن ،

وعدد عناصر التجزئة = ن + ١

مثال(١) : أي من الآتية يعتبر تجزئة للفترة [-١ ، ٣]

١) $\sigma_٤$ = { -١ ، ١ ، ١.٥ ، ٢ ، ٣ } تعتبر تجزئة

٢) $\sigma_٤$ = { ٠ ، ١ ، ١.٥ ، ٢ ، ٣ } ليست تجزئة لأنها لا تبدأ ببداية الفترة -١

٣) $\sigma_٤$ = { -١ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ } ليست تجزئة لأن ٤ لا تنتمي للفترة

٤) $\sigma_٤$ = { -١ ، ١ ، ٠ ، ٢ ، ٣ } ليست تجزئة لأن عناصرها ليست مرتبة ترتيباً تصاعدياً

مثال (٢) : أكتب ٣ تجزئات خماسية للفترة [٢ ، ٧]

الحل : $\sigma_٥$ = { ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ }

$\sigma_٥$ = { ٢ ، ٢.٥ ، ٤ ، ٤.٥ ، ٦ ، ٧ }

$\sigma_٥$ = { ٢ ، ٢.٥ ، ٣ ، ٤.٥ ، ٦ ، ٧ }

مثال(٣) : إذا كانت $\sigma_{٣}$ = { -١ ، ٣ ، ٤ ، ٦ } تجزئة ثلاثية للفترة [-١ ، ٦] . أكتب جميع الفترات الجزئية الناتجة عن $\sigma_{٣}$ ثم احسب طول كل منها .

الحل : الفترات الجزئية : [-١ ، ٣] ، [٣ ، ٤] ، [٤ ، ٦]

أطوالها على الترتيب : ٤ ، ١ ، ٢

نلاحظ أن عدد عناصر التجزئة $\sigma_{٣}$ = ٤

عدد الفترات الجزئية = ٣

مجموع أطوال الفترات الجزئية = ٤ + ١ + ٢ = ٧ = طول الفترة الكلية

تعريف : تُسمى التجزئة $\sigma_{ن}$ تجزئة نونية منتظمة للفترة [أ ، ب] ، إذا كانت أطوال جميع الفترات الجزئية الناتجة عنها متساوية ، ويكون طول الفترة الجزئية = طول الفترة الكلية = $\frac{ب-أ}{ن}$

عدد الفترات الجزئية

مثال (٤) : أكتب تجزئة خماسية منتظمة للفترة [-٢ ، ١٣]

الحل : ن = ٥ ، أ = -٢ ، ب = ١٣

طول الفترة الجزئية = $\frac{ب-أ}{ن} = \frac{١٣-(-٢)}{٥} = \frac{١٥}{٥} = ٣$

$\sigma_{٥}$ ⟵ = { -٢ ، ١ ، ٤ ، ٧ ، ١٠ ، ١٣ }

مثال(٥) : إذا كانت $\sigma_{٦}$ تجزئة منتظمة للفترة [٥ ، ب] وكان طول الفترة الجزئية = $\frac{١}{٣}$ جد قيمة ب .

الحل : طول الفترة الجزئية = $\frac{ب-٥}{٦} = \frac{١}{٣}$ ⟵ ٣(ب - ٥) = ٦ ⟵ ب – ٥ = ٢

⟵ ب = ٧

لايجاد أي عنصر في التجزئة المنتظمة ($\sigma_{ن}$) ـ

يكون العنصر الأول س. = أ

العنصر الثاني س١ = أ + $\frac{ب-أ}{ن}$

العنصر الرائي $س_{ر-١} = أ + (ر-١)(\frac{ب-أ}{ن})$

وبشكل عام فإن $س_ر = أ + (\frac{ب-أ}{ن}) \times ر$ حيث ر = ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ..... ، ن

وتكون الفترة الجزئية الرائية هي $[س_{ر-١} ، س_ر]$

مثال (٦) : لتكن $\sigma_{١٢}$ تجزئة منتظمة للفترة [-١ ، ١٩] ، جد كل مما يلي :

١) $س_٢$ ، $س_٩$ ٢) العنصر الثامن ٣) الفترة الجزئية الخامسة

الحل : ن = ١٢ ، أ = -١ ، ب = ١٩

١) $س_ر = أ + (\frac{ب-أ}{ن}) \times ر$

$$س_٢ = ^{-}١ + (\frac{^{-}١-١٩}{١٢}) \times ٢ = ^{-}١ + \frac{٢٠}{٦} = \frac{١٤}{٦} = \frac{٧}{٣}$$

$$س_٩ = ^{-}١ + (\frac{^{-}١-١٩}{١٢}) \times ٩ = ^{-}١ + \frac{٢٠}{١٢} \times ٩ = ^{-}١ + ١٥ = ١٤$$

٢) العنصر الثامن = $س_٧ = ^{-}١ + (\frac{^{-}١-١٩}{١٢}) \times ٧ = ^{-}١ + \frac{٢٠}{١٢} \times ٧ = ^{-}١ + \frac{٣٥}{٣} = \frac{٣٢}{٣}$

٣) الفترة الجزئية الخامسة هي $[س_٤ ، س_٥] = [\frac{١٧}{٣} ، \frac{٢٢}{٣}]$

مثال(٨) : أكتب التجزئة المنتظمة الخماسية للفترة [-١ ، ٣]

الحل : طول الفترة الجزئية = $\frac{ب-أ}{ن} = \frac{^{-}١-٣}{٥} = \frac{٤}{٥}$

$\sigma_٥$ = { $^{-}١ ، \frac{^{-}١}{٥} ، \frac{٣}{٥} ، \frac{٧}{٥} ، \frac{١١}{٥} ، ٣$ }

مثال (٩) : إذا كانت $\sigma_{٢٠}$ تجزئة منتظمة للفترة [-٢ ، ٣] ـ فأوجد الفترة الجزئية السادسة عشر الناتجة عن هذه التجزئة .

الحل : طول الفترة الجزئية = $\frac{٣-^{-}٢}{٢٠} = \frac{٥}{٢٠} = \frac{١}{٤}$

الفترة الجزئية السادسة عشر هي [$س_{١٥}$ ، $س_{١٦}$]

$س_{١٥} = ^{-}٢ + \frac{١}{٤} \times ١٥ = \frac{٧}{٤}$ ← $[٢ ، \frac{٧}{٤}]$

$س_{١٦} = ^{-}٢ + \frac{١}{٤} \times ١٦ = ٢$